RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 aprile 1905.

P. Blaserna, Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Geometria. — *La geometria non Archimedea. Una questione di priorità.* Nota del Socio G. Veronese.

È noto che nell'introduzione dei miei *Fondamenti di geometria*, pubblicati nel 1891 (1), seguendo il metodo sintetico astratto, ho svolto una teoria del continuo lineare che non soddisfa al postulato d'Archimede, teoria che mi servì per stabilire negli stessi *Fondamenti* la geometria non archimedea. Così ho risolto la secolare questione del segmento infinito e infinitesimo attuale, della quale si erano occupati insigni filosofi e matematici, non mai risolta perchè non era stata mai bene posta (2). È pure noto che io dovetti sostenere da principio alcune discussioni, anche con G. Cantor perchè egli aveva affermato in una sua pubblicazione sui suoi numeri transfiniti l'impossibilità del segmento infinitesimo attuale, senza però darne una dimostrazione completa (3).

(1) Tradotti in tedesco da A. Schepp nel 1894, ed. Teubner. Vedi anche A., *Il continuo rettilineo e l'assioma d'Archimede.* Rend. della R. Acc. dei Lincei, 2° sem. 1890.

(2) Vedi l'apppendice ai miei *Fondamenti*, nota IV.

(3) A., *Fond.*, Intr. Cap. VI, § 3. Appendice, nota IV. *Osservazioni sopra una dimostrazione contro il segmento infinitesimo attuale.* Atti del Circ. mat. di Palermo, 1902. *Intorno ad alcune osservazioni sui segmenti infiniti e infinitesimi attuali.* Math. Ann. Bd. 47.

Io dimostrai invece che coi numeri transfiniti di Cantor non si può costruire una geometria non archimedea, e perciò non è possibile costruire con questi numeri un segmento infinitesimo attuale. Ma ho esplicitamente rilevato nell'introduzione stessa, ed anche in altre pubblicazioni, che i miei numeri infiniti e infinitesimi attuali, sono di natura affatto diversa da quelli del sig. Cantor (1). E mentre io seguii il metodo sintetico nulla ammettendo di noto, il Levi-Civita, nel 1893 e poi nel 1898 (2), svolse, completandola, la teoria dei miei numeri partendo da concetti puramente aritmetici valendosi per la loro costruzione dei numeri reali ordinari. Ebbene, il Poincaré in una relazione sull'opera: *Grundlagen der Geometrie* dell'Hilbert, pubblicata nel 1899, scritta in occasione del conferimento del premio Lobatschewsky (3) esprime dei giudizi sulla mia teoria e sulla priorità della geometria non archimedea che non sono esatti. E sebbene di qualche critica e di qualche recensione (4) non mi sia occupato, pure è tanta l'ammirazione che ho dell'illustre matematico francese, Socio di questa nostra Accademia, e tale è la sua autorità, che non posso tacere, tanto più che questi giudizi sono stati riportati anche dall'Halsted, matematico americano, ben noto per i suoi lavori sui principî della geometria. Non posso dunque lasciare che tali giudizi si divulghino e danneggino l'opera mia, per quanto modesta essa sia.

Il Poincaré a pag. 3 della sua relazione dice:

« Enfin je dois citer le livre de M. Veronese sur les fondements de la « géométrie où l'auteur applique pour la première fois à la géométrie les « nombres transfinis de Cantor ».

E a pag. 14 e seguenti:

« *Mais la conception la plus originale de M. Hilbert* c'est celle de la « Géométrie non archimédienne, où tous les axiomes restent vrais, sauf celui « d'Archimède. Pour celle il fallait d'abord construire un système de nombres « non archimédiens c'est-à-dire un système d'éléments entre lesquels on pût « concevoir des relations d'égalité et d'inégalité et auxquels on pût appli- « quer des opérations correspondant à l'addition et à la multiplication arithmé- « tique.....

(1) L. c.

(2) *Sugli infiniti ed infinitesimi attuali quali elementi analitici.* Atti R. Istituto Veneto, 1903. *Sui numeri transfiniti.* Rend. R. Acc. Lincei, 1° sem. 1898.

(3) *Rapport sur les travaux de M. Hilbert,* Kazan, 1904. Questa relazione mi fu favorita recentemente dal prof. Wassilief di Kazan.

(4) Così non mi sono occupato ad es. della recensione di poche righe stampata nell'*Encyklopädie der Mathematik,* nella quale il sig. Schoenflies ripete dei dubbi ai quali era stato risposto da me e dal Levi-Civita in questi Rendiconti (1898), e nella quale egli insiste a voler distinguere nei suoi dubbi la teoria del Levi-Civita dalla mia, mentre il Levi-Civita stesso non riconosce una tale distinzione.

« On voit quelle est la portée de cette invention et en quoi elle con-
« stitue dans la marche de nos idées un pas presque aussi hardi que celui
« que Lobatschewsky nous a fait faire; la géométrie non euclidienne respec-
« tait pour ainsi dire notre conception qualitative du continu géométrique
« tout en bouleversant nos idées sur la mesure de ce continu. La géométrie
« non archimédienne détruit cette conception, elle dissèque le continu pour
« y introduire des éléments nouveaux.

« Dans cette conception si audacieuse Hilbert avait eu un précurseur.
« Dans ses fondements de la géométrie Veronese avait eu une idée analogue.
« Le chapitre VI de son introduction est le développement d'une véritable
« arithmétique et d'une véritable géométrie *non-archimédiennes où les*
« *nombres transfinis de Cantor jouent un rôle prépondérant.* Toutefois par
« l'élégance et la simplicité de son exposition, par la profondeur de ses vues
« philosophiques, par le parti qu'il a tiré de l'idée fondamentale, Hilbert a
« bien fait sa chose *de la nouvelle géométrie* ».

Da quanto ho sopra esposto risulta invece che non solo i numeri transfiniti di Cantor non hanno un ufficio preponderante nella mia teoria, ma che anzi i miei numeri sono di natura affatto diversa. Nella mia introduzione vi è, è vero, un paragrafo nel quale ho trattato dei numeri di G. Cantor, ma l'ho scritto appunto per far rilevare la differenza delle due teorie e l'errore in cui era caduto il Cantor affermando l'impossibilità del segmento infinitesimo attuale.

La priorità poi della geometria non archimedea debbo reclamarla intera. La mia geometria è più completa di quella dell'Hilbert, il quale, nella prima edizione nelle sue *Grundlagen*, chiama assioma della continuità il postulato d'Archimede, e nella seconda edizione e nella traduzione francese vi aggiunse un altro assioma (detto der Vollständigkeit) che corrisponde appunto per la retta con quello di Archimede al postulato del continuo di Dedekind. In ciò esiste una sostanziale diversità nell'interpretazione del continuo tra me e il sig. Hilbert, perchè per me l'assioma d'Archimede non è quello della continuità, anzi io ho reso questo indipendente dal primo, sì da costruire una geometria *continua* non archimedea (1). E in questo senso parmi interpreti il continuo anche il Poincaré colle parole sopra citate. Ma v'ha di più. Il sig. dott. Bindoni pubblicò nel 1902 in questi Rendiconti una Nota nella quale fece vedere come si possano mettere i miei numeri sotto la forma funzionale di quelli dell'Hilbert, onde trasse la conclusione che la *geometria dell'Hilbert è una parte della mia.*

Riconosco non solo il valore ma anche l'eleganza e la semplicità della esposizione di Hilbert; bisogna porre mente però nel confronto dei metodi, che io non volli avere a mia disposizione le risorse dell'analisi, costruendo le

(1) Veggasi anche *Il postulato della continuità.* Questi Rendiconti, 2° sem. 1897.

prime forme matematiche, ed anche gli infiniti e infinitesimi, partendo invece da alcuni fatti e operazioni semplicissime del pensiero logico, e scomponendo, più che mi fu possibile, i varî concetti, senza far uso di alcun algoritmo già noto. È da notare inoltre che scopo primo, se non il principale, dei miei *Fondamenti*, dopo la pubblicazione del mio lavoro sugli iperspazi (1), fu quello di stabilire i principî della geometria del mio spazio generale (che ha un numero infinito di dimensioni) per via puramente sintetica, come quelli della geometria ordinaria. È naturale dunque che per le molte questioni in essi trattate e per il metodo seguito, forse più filosofico di altri perchè più conforme alla natura delle cose, il libro riuscisse voluminoso e poco elegante. È anche vero però che mentre analisti insigni convengono che il metodo migliore per trattare i principî della geometria è quello sintetico (2), avviene poi che questo metodo è il più trascurato (3).

Un'altra cosa desidero far rilevare, in cui parmi discostarmi dai signori Poincaré ed Hilbert, i quali, trattando la geometria più con le vedute dell'analisi che con quelle dell' intuizione spaziale, sono portati a dare alla geometria un'estensione maggiore di quella che secondo l' intuizione essa possa e debba avere.

L' introduzione dei miei *Fondamenti* è una parte dell'Ausdehnungslehre, ossia la teoria dei gruppi di elementi trattati col metodo sintetico astratto. In questa teoria ogni ipotesi matematicamente possibile è ammissibile e dà luogo a nuove forme; ma non sempre a queste forme corrispondono delle forme geometriche.

Nella prefazione dei *Fondamenti*, e negli *Elementi* e altrove (4), ho stabilito quali sono, a mio avviso, i caratteri degli assiomi e dei postulati geometrici. E ripeto anche qui che per me i veri assiomi sono quelle proposizioni che valgono nel campo limitato della nostra osservazione esterna, ed anche quando tali proposizioni si estendono allo spazio illimitato (che non possiamo osservare) bisogna dimostrare che tale estensione è matematicamente possibile. Vi sono invece proposizioni (propriamente postulati) le quali non contraddicono ai precedenti assiomi, nè si contraddicono fra loro, e che pure sono geometricamente ammissibili. Tali sono ad esempio le varie forme del postulato del continuo sotto la forma data da Dedekind o sotto quella data da me indipendentemente dall'assioma d'Archimede, i postulati che servono a costruire gli spazi superiori, ecc. che servono a completare o a limitare il

(1) *Behandlung der project. Verhältnisse der Räume von Mehreren Dui*, etc. Math. Annalen, 1881.

(2) Vedi pref. dei *Fondamenti*.

(3) È noto ad es. la sorte toccata per questo all'Ausdehnungslehre del 1844 del Grassmann.

(4) *Les postulats de la géom. dans l'enseignement.* (trad. par Duporcq et Brocard). Atti del Congresso mat. intern. di Parigi 1900.

campo geometrico. Possibili sono dunque geometricamente, la geometria non euclidea, la geometria iperspaziale, la geometria non archimedea. In queste geometrie i dati dedotti dall'esperienza sono mantenuti. Ma un assioma che stabilisce ad esempio che la linèa più semplice (cioè la retta) è determinata da tre punti indipendenti anzichè da due, sarebbe ammissibile nell'Ausdehnungslehre, ma non nella geometria. Ecco ad esempio che una *geometria piana* nella quale non valga il teorema di Desargues, o non arguésienne, per me non esiste; esiste soltanto una forma astratta alla quale può corrispondere anche una forma geometrica ma non un *piano*. Ciò non toglie però che nell'analisi dell' indipendenza dei postulati sia utile tralasciarne alcuni sostituendoli astrattamente con altri e costruendo così nuove forme astratte, come ha fatto in modo ammirabile il sig. Hilbert.

Matematica. — *Sulle distorsioni dei solidi elastici più volte connessi.* Nota del Socio Vito Volterra.

1. In due Note precedenti (1) ho mostrato che le leggi dell' equilibrio dei corpi solidi elastici i quali occupano spazî più volte connessi (*ciclici*) si differenziano da quelle dei solidi elastici che occupano spazî semplicemente connessi (*aciclici*), ammesso in ambo i casi che le deformazioni siano regolari.

Se lo spazio occupato dal solido è ciclico sono possibili delle *distorsioni* le quali determinano uno stato di tensione nel corpo anche in mancanza di forze esterne. Tali distorsioni invece non si possono avere quando il corpo elastico occupa uno spazio aciclico.

Nel caso dunque in cui il corpo elastico occupa uno spazio ciclico si presenta tutta una serie di problemi che interessa risolvere; i problemi cioè di determinare gli stati di tensione dei corpi dovuti a date distorsioni ad essi applicate.

Onde facilitare la risoluzione di questi problemi, preparando la via a trasformarli convenientemente, esporremo molto brevemente in questa Nota alcune considerazioni d' indole generale.

2. Cominciamo dal calcolare la energia di un solido elastico soggetto a date distorsioni.

Denotiamo con t_{11} , t_{22} , t_{33} , t_{23} , t_{31} , t_{12} le sei caratteristiche della tensione di un solido elastico deformato (lo *stress* secondo la denominazione degli Inglesi) e con γ_{11} , γ_{22} , γ_{33} , γ_{23} , γ_{31} , γ_{12} le sei caratteristiche della deformazione (lo *strain*).

(1) Sedute del 5 e del 19 febbraio 1905.

Chiamando φ il potenziale elastico unitario esso sarà una funzione omogenea di secondo grado delle γ_{rs} e avremo

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \gamma_{rs}} = t_{rs} \quad , \quad \varphi = \frac{1}{2} \Sigma t_{rs} \gamma_{rs} ,$$

onde la energia del sistema sarà

$$E = -\frac{1}{2} \int_s \Sigma t_{rs} \gamma_{rs} \, dS ,$$

denotando con S lo spazio occupato dal solido.

Supponiamo S più volte connesso (*ciclico*) e la deformazione regolare. Immaginiamo tracciate le sezioni $\sigma_1 , \sigma_2 , \ldots \sigma_n$ che rendono S semplicemente connesso. Mediante semplici integrazioni per parti e denotando con u , v , w le componenti degli spostamenti dei punti del solido elastico a partire dallo stato naturale, avremo:

$$(1) \quad E = \frac{1}{2} \int_s \left\{ u \left(\frac{\partial t_{11}}{\partial x} + \frac{\partial t_{12}}{\partial y} + \frac{\partial t_{13}}{\partial z} \right) + v \left(\frac{\partial t_{21}}{\partial x} + \frac{\partial t_{22}}{\partial y} + \frac{\partial t_{23}}{\partial z} \right) + \right.$$
$$\left. + w \left(\frac{\partial t_{31}}{\partial x} + \frac{\partial t_{32}}{\partial y} + \frac{\partial t_{33}}{\partial z} \right) \right\} dS$$
$$+ \frac{1}{2} \int_\sigma \{ u (t_{11} \cos nx + t_{12} \cos ny + t_{13} \cos nz) + v (t_{21} \cos nx + t_{22} \cos ny + t_{23} \cos nz) +$$
$$+ w (t_{31} \cos nx + t_{32} \cos ny + t_{33} \cos nz) \} \, d\sigma$$
$$+ \frac{1}{2} \sum_1^n{}_i \int_{\sigma_i} \{ (u_\alpha - u_\beta) (t_{11} \cos \nu_i x + t_{12} \cos \nu_i y + t_{13} \cos \nu_i z) +$$
$$+ (v_\alpha - v_\beta) (t_{21} \cos \nu_i x + t_{22} \cos \nu_i y + t_{23} \cos \nu_i z)$$
$$+ (w_\alpha - w_\beta) (t_{31} \cos \nu_i x + t_{32} \cos \nu_i y + t_{33} \cos \nu_i z) \} \, d\sigma_i$$

in cui σ è il contorno di S , n la normale a σ diretta verso l'interno di S , mentre ν_i è la normale a σ_i e $u_\alpha , v_\alpha , w_\alpha$ i valori di u , v , w sopra σ_i dalla parte adiacente alla regione in cui entra ν_i , e $u_\beta , v_\beta , w_\beta$ i valori dell'altra parte.

Supponiamo nulle le forze di masse e le tensioni superficiali. Chiamiamo poi $l_i , m_i , n_i , p_i , q_i , r_i$ le sei caratteristiche della distorsione relativa al taglio σ_i e X_i , Y_i , Z_i le componenti della tensione unitaria che sollecita ciascun elemento della sezione σ_i. Resulterà allora

$$E = \frac{1}{2} \sum_1^n{}_i \int_{\sigma_i} \{ (l_i + r_i y - q_i z) X_i + (m_i + p_i z - r_i x) Y_i + (n_i + q_i x - p_i y) Z_i \} d\sigma_i$$
$$= \frac{1}{2} \sum_1^n{}_i \left\{ l_i \int_{\sigma_i} X_i \, d\sigma_i + m_i \int_{\sigma_i} Y_i \, d\sigma_i + n_i \int_{\sigma_i} Z_i \, d\sigma_i + p_i \int_{\sigma_i} (Y_i z - Z_i y) \, d\sigma_i + \right.$$
$$\left. + q_i \int_{\sigma_i} (Z_i x - X_i z) \, d\sigma_i + r_i \int_{\sigma_i} (X_i y - Y_i x) \, d\sigma_i \right\} ,$$

onde posto

$$L_i = \int_{\sigma i} X_i \, d\sigma_i , \qquad M_i = \int_{\sigma i} Y_i \, d\sigma_i , \qquad N_i = \int_{\sigma i} Z_i \, d\sigma_i ,$$

$$P_i = \int_{\sigma i} (Y_i z - Z_i y) \, d\sigma_i , \quad Q_i = \int_{\sigma i} (Z_i x - X_i z) \, d\sigma_i , \quad R_i = \int_{\sigma i} (X_i y - Y_i x) \, d\sigma_i$$

sarà

$$E = \frac{1}{2} \sum_1^n {}_i (L_i l_i + M_i m_i + N_i n_i + P_i p_i + Q_i q_i + R_i r_i) .$$

Per semplicità potremo indicare le $6n$ caratteristiche delle distorsioni con $s_1 , s_2 , \ldots s_{6n}$ e i corrispondenti coefficienti loro nella precedente espressione con $E_1 , E_2 , \ldots E_{\sigma n}$. Avremo allora

$$E = \frac{1}{2} \sum_1^{6n} {}_i E_i s_i .$$

3. Diremo *distorsione elementare* una distorsione che corrisponde a tutte le $s_i = 0$ una sola eccettuata ed eguale ad 1.

Supponiamo che la sola s_h sia diversa da zero ed eguale ad 1 e chiamiamo E_{ih} i corrispondenti valori delle E_i. Si riconosce immediatamente che allorquando i valori delle caratteristiche delle distorsioni sono $s_1 , s_2 , \ldots s_{6n}$ resulterà

$$E_i = \sum_1^{6n} {}_h E_{ih} s_h ,$$

per conseguenza

$$E = \frac{1}{2} \sum_1^{6n} {}_i \sum_1^{6n} {}_h E_{ih} s_i s_h .$$

4. È facile stabilire il significato delle quantità E_i ed E_{ih}.

Perciò osserviamo che $L_i , M_i , N_i ,$ sono le componenti della forza resultante e P_i , Q_i , R_i le componenti della coppia resultante delle tensioni agenti sulla sezione σ_i quando si prenda per centro di riduzione l'origine degli assi.

Potremo dunque chiamare $L_i , M_i , N_i , P_i , Q_i , R_i$ gli *sforzi che sollecitano la sezione* σ_i o genericamente diremo che $E_1 , E_2 , \ldots E_{6n}$ sono gli *sforzi relativi alla distorsione* $s_1 , s_2 , \ldots s_{6n}$.

Quanto alla E_{ih} essa potrà denotarsi colla denominazione di *sforzo d'ordine i indotto dalla distorsione elementare d'ordine h* o anche semplicemente si potranno chiamare le E_{ih} *i coefficienti degli sforzi.*

5. Il teorema di reciprocità del Betti vale allorchè si tratta di corpi elastici i cui punti subiscono dallo stato naturale spostamenti monodromi. Infatti le integrazioni per parti necessarie per stabilire questo teorema non possono applicarsi nel caso della polidromia come lo sono in quello della

monodromia. Cerchiamo dunque a qual resultato conduce il procedimento del Betti allorchè si applica al caso di un corpo elastico che abbia subìto distorsioni e non sia sollecitato da forze esterne.

Consideriamo due distorsioni $s_1, s_2, \ldots s_{6n}$; $s'_1, s'_2, \ldots s'_{6n}$ applicate successivamente al corpo elastico S. Siano $\gamma_{rs}, \gamma'_{rs}$ le caratteristiche delle due diverse deformazioni che ne seguono e u, v, w ; u', v', w' le corrispondenti componenti degli spostamenti.

Con facili calcoli avremo

$$\int_s \Sigma \frac{\partial \varphi}{\partial \gamma_{rs}} \gamma'_{rs}\, ds = \int_s \Sigma \frac{\partial \varphi'}{\partial \gamma'_{rs}} \gamma_{rs}\, dS$$

in cui φ' denota la funzione φ nella quale sono state sostituite le γ'_{rs} alle γ_{rs}.

Dalla precedente eguaglianza segue:

$$\sum_1^n{}_i \int_{\sigma_i} \{(u'_\alpha - u'_\beta)(t_{11}\cos\nu_i x + t_{12}\cos\nu_i y + t_{13}\cos\nu_i z) +$$

$$+ (v'_\alpha - v'_\beta)(t_{21}\cos\nu_i x + t_{22}\cos\nu_i y + t_{23}\cos\nu_i z) +$$

$$+ (w'_\alpha - w'_\beta)(t_{31}\cos\nu_i x + t_{32}\cos\nu_i y + t_{33}\cos\nu_i z)\}\, d\sigma_i =$$

$$\sum_1^n{}_i \int_{\sigma_i} \{(u_\alpha - u_\beta)(t'_{11}\cos\nu_i x + t'_{12}\cos\nu_i y + t'_{13}\cos\nu_i z) +$$

$$+ (v_\alpha - v_\beta)(t'_{21}\cos\nu_i x + t'_{22}\cos\nu_i y + t'_{23}\cos\nu_i z) +$$

$$+ (w_\alpha - w_\beta)(t'_{31}\cos\nu_i x + t'_{32}\cos\nu_i y + t'_{33}\cos\nu_i z)\}\, d\sigma_i$$

in cui le notazioni sono le stesse di quelle usate nella formula (1). Quindi

$$\sum_1^{6n} E'_i s_i = \sum_1^{6n} E_i s'_i . \tag{2}$$

Abbiamo dunque il teorema:

Se in un corpo elastico più volte connesso due sistemi di distorsioni generano due sistemi di sforzi, la somma dei prodotti degli sforzi del primo sistema per le caratteristiche del secondo sistema di distorsioni è eguale al prodotto degli sforzi del secondo sistema per le caratteristiche del primo sistema di distorsioni.

6. Dalla eguaglianza (2), tenendo presente che $s_1, s_2, \ldots s_{6n}$; $s'_1, s'_2, \ldots s'_{6n}$ sono quantità arbitrarie, si ricava

$$E_{ih} = E_{hi} \tag{3}$$

per tutti i valori degli indici i e h. Reciprocamente da queste eguaglianze discende come conseguenza la (2). Ne segue che il precedente teorema di reciprocità potrà enunciarsi ancora nei termini seguenti:

Lo sforzo d'ordine i indotto dalla distorsione elementare d'ordine h è eguale allo sforzo d'ordine h indotto dalla distorsione elementare d'ordine i.

In tal modo il teorema assume un aspetto simile al teorema fondamentale della induzione elettrostatica.

Una forma ancora più semplice che può darsi al teorema è questa:

I coefficienti degli sforzi non cambiano valore per una trasposizione degl' indici.

7. Date le applicazioni del teorema di reciprocità enunciato non è inutile esaminarlo ancora sotto un altro aspetto.

Prendiamo due sezioni qualunque σ_1 e σ_2 del corpo elastico. Non escludiamo il caso che esse possano anche coincidere.

Eseguiamo dapprima una distorsione consistente in una traslazione relativa T_1, nella direzione h_1, degli elementi delle due faccie del taglio σ_1, quindi calcoliamo la proiezione S_2 in una direzione h_2 della resultante delle tensioni che vengono a sollecitare la sezione σ_2.

Eseguiamo poi, invece della precedente, una distorsione consistente in una traslazione relativa T_2, nella direzione h_2, degli elementi delle due faccie del taglio σ_2, e calcoliamo la proiezione S_1 lungo h_1 della resultante degli sforzi che vengono a sollecitare la sezione σ_1.

Pel teorema di reciprocità avremo

$$S_2 T_2 = S_1 T_1$$

e quindi

$$\frac{S_2}{T_1} = \frac{S_1}{T_2}.$$

cioè *le proiezioni dei due sforzi nelle direzioni delle due traslazioni sono proporzionali alle grandezze delle traslazioni stesse.*

Un teorema perfettamente analogo si ha sostituendo alla traslazione T_1 una rotazione T_1 attorno alla retta h_1, purchè si sostituisca alla proiezione S_1 della resultante delle tensioni che sollecitano gli elementi di σ_1, il momento delle tensioni stesse per rapporto alla retta h_1.

Finalmente un terzo teorema pure analogo si ha facendo simili sostituzioni per T_2 e S_2.

Queste tre proposizioni equivalgono al teorema di reciprocità enunciato già in varî altri modi nel paragrafo precedente.

8. Dalla (3) si ricava che

$$E_i = \frac{\partial E}{\partial s_i}$$

onde chiamando e_{is} i coefficienti della forma reciproca della forma

$$\Sigma_i \Sigma_h E_{ih} s_i s_h ,$$

avremo un altro modo di esprimere la energia del sistema mediante la formula

$$E = \frac{1}{2} \Sigma_i \Sigma_h e_{ih} E_i E_h .$$

9. Nella Nota precedente (1) abbiamo dimostrato che, *data una deformazione di un sistema più volte connesso, a due tagli equivalenti corrispondono eguali distorsioni.*

Vogliamo ora completare questa proposizione provando che *a due tagli equivalenti corrispondono anche eguali sforzi.*

Infatti, per definizione, la sezione σ_1 si può *ridurre* ad una sezione σ_2 equivalente mediante deformazione continua. Mentre tale *riduzione* avviene, la superficie σ_1 genera un solido S_1 che costituisce una parte del corpo elastico S.

Il solido S_1 sarà limitato da σ_1 , σ_2 e da una superficie laterale ω . Noi possiamo ora immaginare S_1 in equilibrio sotto l'azione delle sole tensioni che agiscono sopra σ_1 e σ_2 . Di qui resulta l'eguaglianza degli sforzi.

Gli sforzi dunque, al pari delle distorsioni, non sono elementi specifici di ciascun taglio, ma dipendono esclusivamente dalla natura geometrica dello spazio occupato dal corpo e dalla deformazione regolare di cui esso è affetto.

Il primo problema fondamentale che ci potremo proporre nello studio delle distorsioni dei solidi elastici più volte connessi sarà il seguente: *Date le 6n distorsioni determinare i 6n sforzi, supponendo nulle le forze esterne.* Questa questione è equivalente a quella di *determinare i coefficienti degli sforzi.*

Noi consacreremo una Nota successiva all'esame di varî casi particolari.

Matematica. — *Ricerche sulla sestica binaria.* Memoria del Corrispondente Ernesto Pascal.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Matematica. — *Sull'arbitrarietà delle caratteristiche nelle formole di addizione delle funzioni ϑ di una variabile.* Nota del Corrispondente Alfredo Capelli.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) Art. I, § 1.

Meccanica celeste. — *Relazioni fra i momenti di inerzia di un corpo del quale la funzione potenziale è simmetrica intorno ad un asse.* Nota del Corrispondente P. Pizzetti.

1. È ben noto come la espressione della funzione potenziale esterna di un pianeta sia perfettamente determinata quando sia data la massa totale M e sia pure assegnata una *superficie* S *di equilibrio*, esteriore alla massa, vogliamo dire una superficie chiusa in ogni punto della quale la normale interna segni la direzione della gravità nel punto stesso, ossia della risultante della forza attrattiva del pianeta e della così detta forza centrifuga dovuta al moto di rotazione del pianeta.

E sebbene la determinazione di quella funzione potenziale, all'esterno di S, avvenga indipendentemente da ogni particolare ipotesi intorno al modo di distribuzione della massa nell'interno del pianeta, epperò, reciprocamente, nè la conoscenza della detta superficie d'equilibrio, nè la valutazione sperimentale della gravità siano dati sufficienti per assegnare la formula

$$k = k(a, b, c)$$

che esprime la densità k nel punto interno (a, b, c), è chiaro tuttavia che quei dati debbono pur servire a stabilire qualche limitazione, ossia delle equazioni di condizioni cui la funzione $k(a, b, c)$ deve soddisfare.

Così, nella ipotesi che di solito si ammette per la nostra Terra, cioè che un ellissoide di rotazione schiacciato rappresenti una delle superficie di equilibrio esterne, si dimostra che il modo di distribuzione interna della massa deve essere tale, che le seguenti due condizioni siano soddisfatte: 1° che il centro di tutta la massa coincida col centro di figura dell'ellissoide; 2° che l'asse di rotazione del pianeta sia asse principale d'inerzia e che gli altri due assi principali d'inerzia siano fra loro eguali.

Ora queste due conseguenze della ipotesi sferoidica vengono di solito dimostrate partendo da valutazioni approssimate della funzione potenziale esterna; esse hanno quindi l'aspetto di conclusioni *approssimate*. Vogliamo qui dimostrare come quelle proprietà siano invece esatte e necessarie conseguenze della ipotesi che la superficie di equilibrio assegnata è di rivoluzione intorno all'asse della rotazione diurna ed è simmetrica rispetto ad un piano normale all'asse (equatore). E vogliamo, più generalmente, cercare le relazioni che fra i momenti di inerzia di grado superiore al 2° si deducono dalla ora detta ipotesi.

Poichè la funzione potenziale della forza centrifuga $\frac{\omega^2}{2}(x^2+y^2)$ (indicata con ω la velocità angolare) è simmetrica rispetto all'asse (z) ed è indipendente dalla coordinata z, è ben chiaro che, nella ipotesi ora detta (dell'essere la superficie S di rivoluzione attorno all'asse z e simmetrica rispetto al piano $x\,y$), anche la funzione potenziale dell'attrazione V dovrà godere delle due simmetrie intorno all'asse z e rispetto al piano $x\,y$.

Sicchè, senza più tener conto della rotazione, la nostra ricerca si riduce a quella di trovare quali relazioni debbano esistere fra i momenti di inerzia di grado qualsiasi di un corpo, affinchè la funzione potenziale esterna di esso sia simmetrica intorno ad un asse, e rispetto ad un piano normale all'asse.

2. Siano a, b, c le coordinate cartesiane di un elemento $d\tau$ di volume di un corpo, k la densità nel punto (a, b, c); x, y, z le coordinate di un punto esteriore P. Sian poi r', θ', v' coordinate polari di $d\tau$, ed $\frac{1}{u}, \theta, v$ quelle di P definite dalle relazioni

$$(1)\qquad \begin{cases} a = r'\operatorname{sen}\theta'\cos v' & x = \dfrac{1}{u}\operatorname{sen}\theta\cos v \\ b = r'\operatorname{sen}\theta'\cos v' & y = \dfrac{1}{u}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen} v \\ c = r'\cos\theta' & z = \dfrac{1}{u}\cos\theta. \end{cases}$$

Posto

$$\sigma = \cos\theta\cos\theta' + \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\theta'\cos(v'-v),$$

la funzione potenziale del corpo sul punto P è

$$V = u\int\frac{k\,.\,d\tau}{\sqrt{1+u^2r'^2-2r'u\sigma}}$$

ove l'integrale (come avverrà dei seguenti) è esteso a tutto il corpo. Se chiamiamo ϱ'_m la massima distanza dei punti del corpo dall'origine delle coordinate, allora per tutti i valori positivi di u inferiori ad $\frac{1}{\varrho'_m}$ esiste lo sviluppo

$$(2)\qquad V = \sum_{n=0}^{n=\infty} u^{n+1}\int r'^n\,.\,P_n\,.\,k\,.\,d\tau$$

dove P_n è il *polinomio di grado n di Legendre*,

$$(3)\qquad P_n = \frac{1\,.\,3\,.\,5\,\ldots\,(2n-1)}{n!}\left\{\sigma^n - \frac{n(n-1)}{2\,.\,(2n-1)}\sigma^{n-2} + \right.$$
$$\left. + \frac{n(n-1)\,(n-2)\,(n-4)}{2\,.\,4\,(2n-1)\,(2n-3)}\sigma^{n-4}\ldots\right\}.$$

Segue dalla (2) che, considerata la V come funzione delle quantità u, θ, v, i valori delle derivate parziali della V rispetto alla variabile u, hanno, per $u = 0$, i valori dati dalla formola generica

$$\left(\frac{\partial^{n+1} V}{\partial u^{n+1}}\right)_{u=0} = (n+1)! \int r'^n . P_n . k . d\tau .$$

Nel caso in cui la V sia simmetrica intorno all'asse della z, sì essa che le sue derivate risulteranno indipendenti da v. Dovrà dunque aversi per ogni valore intero positivo di n

$$\int r'^n . P_n . k . d\tau \quad \textit{indipendente da } v. \tag{4}$$

Ponendo successivamente $n = 1$, $n = 2$, poichè $P_1 = \sigma$, $2P_2 = 3\sigma^2 - 1$, e osservando che

$$\sigma = \frac{a}{r'} \cos\theta \cos v + \frac{b}{r'} \cos\theta \operatorname{sen} v + \frac{c}{r'} \cos\theta \tag{5}$$

la (4) conduce in modo ovvio alle condizioni

$$\int a . k . d\tau = 0 \quad , \quad \int b . k . d\tau = 0 , \tag{6}$$

$$\begin{cases} \int a^2 . k . d\tau = \int b^2 . k . d\tau \\ \int ab . k . d\tau = \int bc . k . d\tau = \int ca . k . d\tau = 0 , \end{cases} \tag{7}$$

delle quali le (6) esprimono che l'asse di rotazione contiene il centro di gravità della massa, per modo che l'origine delle coordinate può sempre farsi coincidere col centro di massa. Le (7) dimostrano quindi che l'asse z è asse principale di inerzia e che l'ellissoide d'inerzia è di rotazione intorno a z. Queste conseguenze si deducono dalla sola ipotesi che la f^e p^e V sia simmetrica intorno all'asse z. Che se ad essa ipotesi si aggiunge quella della simmetria rispetto al piano xy, per modo che la V e le sue derivate non cangino col cangiare θ in $180° + \theta$, alle condizioni (6) viene ad aggiungersi la

$$\int c . k . d\tau = 0$$

ossia: il piano di simmetria contiene il centro di massa.

Poniamo per semplicità di scrittura

$$\int a^r b^s c^t . k . d\tau = [a^r b^s c^t] . \tag{8}$$

Per $n = 3$, osservando che $2P_3 = 5\sigma^3 - 3\sigma$, ove per σ si ponga la espressione (5), si trova facilmente che, perchè l'integrale

$$\int r'^3 . P_3 . k . d\tau$$

sia indipendente da v bisogna e basta che le seguenti *sei* relazioni passino fra i momenti di 3° grado

$$\begin{aligned} &[a^3] = 3[ab^2] = 3[ac^2], \\ &[b^3] = 3[ba^2] = 3[bc^2], \\ &[a^2c] = [b^2c] \qquad , \qquad [a\,b\,c] = 0. \end{aligned}$$

La ipotesi della simmetria rispetto al piano $x\,y$ dà luogo a quest'altra condizione

$$[c^3] = 3[b^2c].$$

3. Per valori di n superiore a 3, la sostituzione diretta della espressione (5) in (3), e quindi in (4) e la ricerca delle condizioni di indipendenza da v riescono laboriose. Conviene invece ricorrere alla espressione di P_n pei coseni e i seni degli archi multipli di v; la quale espressione è [1].

$$(9)\quad P_n = M_n . N_n + 2 \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\operatorname{sen}^i\theta \operatorname{sen}^i\theta'}{(n-i+1)\ldots(n+i)} \cdot \frac{d^i M_n}{d\mu^i} \cdot \frac{d^i N_n}{d\nu^i} \cos(iv - iv').$$

È qui indicato con $M_n\ N_n$ ciò che diventa P_n (formula 3) quando vi si pongano le lettere μ e ν rispettivamente in luogo della σ, e si intende che dopo eseguite le operazioni indicate nella (9), si ponga

$$\mu = \cos\theta \quad , \quad \nu = \cos\theta'.$$

Sostituendo l'espressione (9) di P_n nella (4), abbiam per ogni valore di n le seguenti $2n$ equazioni

$$(10)\quad \begin{cases} \int r'^n . \operatorname{sen}^i\theta' \dfrac{d^i N_n}{d\nu^i} \cos iv' . k . d\tau = 0 \\ \int \quad \text{id.} \qquad \text{id.} \quad \operatorname{sen} iv' . k . d\tau = 0 \end{cases} \qquad (i = 1, 2, \ldots n).$$

In particolare per $i = n$, la derivata n^{ma} della N_n riducendosi ad una costante le (10) sommate, dopo aver moltiplicata la seconda per $\sqrt{-1}$ dànno

$$\int r'^n \operatorname{sen}^n\theta'(\cos v' + \sqrt{-1}\operatorname{sen} v')^n . k . d\tau,$$

[1] V. p. es. Tisserand, *Méc. cél.*, II, pag. 274.

ossia

$$\int (a + \sqrt{-1}\, b)^n \,.\, k \,.\, d\tau = 0 \tag{11}$$

che si spezza nelle due

$$[a^n] - \binom{n}{2}[a^{n-2} b^2] + \binom{n}{4}[a^{n-4} b^4] - \ldots = 0$$

$$\binom{n}{1}[a^{n-1} b] + \binom{n}{3}[a^{n-3} b^3] + \ldots = 0 \,.$$

Se la V deve essere anche simmetrica rispetto al piano $x\,y$, bisogna che il termine indipendente da v nell'espressione (4) il quale termine, per la (9), è

$$M_n \int r'^n \,.\, N_n \,.\, k \,.\, d\tau \,,$$

non cangi col mutare di θ in $180° + \theta$. E poichè M_n è funzione pari o dispari di $\cos\theta$ secondo che n è pari o dispari, dovrà essere *per ogni valore dispari di n*

$$\int r'^n \,.\, N_n \,.\, k \,.\, d\tau = 0 \,. \tag{12}$$

Esempio: per $n = 4$, la N_4 e le sue derivate sono, a meno di fattori numerici dei quali è inutile qui tener conto,

$i = 0$	$35\cos^4\theta' - 30\cos^2\theta' + 3$
1	$7\cos^3\theta' - 3\cos\theta'$
2	$7\cos^2\theta' - 1$
3	$\cos\theta'$
4	1 ;

epperò la prima delle condizioni (10) dà

$$\int \operatorname{sen}\theta'(7\cos^3\theta' - 3\cos\theta')\cos v' \,.\, r'^4 \,.\, k \,.\, d\tau = 0$$

$$\int \operatorname{sen}^2\theta'(7\cos^2\theta' - 1)\ (\cos^2 v' - \operatorname{sen}^2 v')\ r'^4\ k \,.\, d\tau = 0$$

$$\int \operatorname{sen}^3\theta'\cos\theta'(\cos^3 v' - 3\operatorname{sen}^2 v'\cos v')\ r'^4 \,.\, k \,.\, d\tau = 0$$

$$\int \operatorname{sen}^4\theta'(\cos^4 v' - 6\operatorname{sen}^2 v'\cos^2 v' + \operatorname{sen}^4 v')\ r'^4 \,.\, k \,.\, d\tau = 0$$

e altre quattro analoghe si deducono dalla seconda delle (10); donde senza difficoltà, passando dalle coordinate polari alle cartesiane,

$$[a\,c^3] = [a^3\,c] = 3[b^2\,a\,c]$$
$$[b\,c^3] = [b^3\,c] = 3[a^2\,b\,c]$$
$$[b\,a^3] = [a\,b^3] = 3[a\,b\,c^2]$$
$$[a^4] + [b^4] = 6[a^2\,b^2]$$
$$[a^4] - [b^4] = 6[a^2\,c^2] - 6[b^2\,c^2].$$

Nessuna condizione nuova, per $n = 4$, è introdotta dalla ipotesi della simmetria rispetto al piano $x\,y$.

4. La ipotesi della simmetria della f^{e} p^{e} V intorno all'asse z conduce pertanto a $2n$ equazioni di condizione fra i momenti di inerzia di grado n.

Interessa di paragonare queste condizioni, con quelle, naturalmente assai più restrittive, che si deducono dalla ipotesi che la *massa sia effettivamente distribuita simmetricamente intorno all'asse z, ossia che la densità k sia indipendente da v'*.

In questa ipotesi, posto

$$a = \varrho \cos v' \qquad b = \varrho \operatorname{sen} v'$$

nell' integrale (8), l'espressione

$$\int \varrho^{r+s} \cos^{r} v' \,.\, \operatorname{sen}^{s} v' \; c^{t} \,.\, k \,.\, d\tau \qquad (r + s + t = n)$$

(ove k non dipende da v') resterà invariata col dare a v' un incremento arbitrario. Per questo bisogna, e basta, che

$$s \int \varrho^{r+s} \cos^{r+1} \theta \operatorname{sen}^{s-1} \theta \,.\, c^{t} \,.\, k \,.\, d\tau = r \int \varrho^{r+s} \cos^{r-1} \theta \,.\, \operatorname{sen}^{s+1} \,.\, \theta \,.\, c^{t} \,.\, k \,.\, d\tau$$

ossia che

$$s\,[a^{r+1} b^{s-1} c^{t}] = r\,[a^{r-1} b^{s+1} c^{t}]. \tag{13}$$

Per $s = 0$ si trova

$$[a^{u-1} b c^{t}] = 0 \qquad (u + t = n)$$

e così generalmente si trovano nulli tutti quei momenti di inerzia nei quali uno o entrambi gli esponenti di a, b sono dispari; il che è un'ovvia conseguenza della ipotesi sulla distribuzione della massa.

Posto in generale $r + s = u$, per dati valori di u e di t, le condizioni (13) sono in numero di $u + 1$ se u è dispari ed esprimono che tutti i momenti si annullano. Se u è pari le (13) sono in numero di u; di esse, $\frac{u}{2}$ esprimono l'annullarsi di quei momenti ove a e b hanno esponenti dispari, le altre $\frac{u}{2}$ stabiliscono relazioni fra i rimanenti momenti di inerzia. Così per $u = 4$, $t = 1$ le condizioni sono

$$[a^{3} bc] = [ab^{3} c] = 0$$
$$[b^{4} c] = 3\,[b^{2} a^{2} c] = [a^{4} c];$$

per $u = 2$, $t = 3$

$$[abc^3] = 0 \quad , \quad [a^2c^3] = [b^2c^3].$$

Tutti gli altri momenti di 5° grado si annullano.

Per un dato valore di n, dando ad u i valori da 0 ad n si hanno in tutto

$$(14)\quad \begin{cases} 2n + 2(n-2) + \cdots + 2.2 = \dfrac{n(n+2)}{2} & \text{condizioni se } n \text{ è pari} \\ (n+1) + 2(n-1) + 2(n-3) + \cdots + 2.2 = \dfrac{(n+1)^2}{2} & \text{» » dispari} \end{cases}$$

Il numero dei differenti momenti di inerzia di grado n è $\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$

La condizione della simmetria della massa attorno ad un'asse lascia quindi arbitrarii

$\dfrac{1}{2}(n+1)(n+2) - \dfrac{1}{2}n(n+2) = \dfrac{n+2}{2}$ momenti di grado n se n è pari

$\dfrac{1}{2}(n+1)(n+2) - \dfrac{1}{2}(n+1)^2 = \dfrac{n+1}{2}$ » » » dispari.

Laddove la condizione di simmetria della f^e p^e esterna V lascia arbitrarii i valori di

$$\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 2n = \frac{1}{2}(n^2 - n + 2) \quad \text{momenti di grado } n.$$

La ipotesi della simmetria della densità rispetto al piano xy esige che siano nulli tutti i momenti di inerzia nei quali c ha esponente dispari, il che non aggiunge alle condizioni enumerate in (14) nessuna nuova condizione se n è pari; ne aggiunge invece $\dfrac{n+1}{2}$ se n è dispari. In questo caso tutti i momenti d'inerzia di grado n debbono essere nulli.

5. Ammesso, come è ragionevole, che la generale distribuzione delle masse nell'interno della terra sia simmetrica intorno all'asse di rotazione, e che questa regolare distribuzione sia, soltanto in punti isolati o in regioni più o meno estese, alterata da difetti o eccessi di masssa, le formole precedenti possono servire di base per lo studio almeno approssimato (vogliam dire collo sviluppo della funzione potenziale limitato fino a un dato termine) delle configurazioni che questi difetti o eccessi possono assumere senza alterare sensibilmente la simmetria della superficie di equilibrio esterna. Il campo della ricerca è oltremodo esteso. A titolo di esempio possiamo dimostrare che: *quelle irregolarità non possono essere distribuite in un piano perpendicolare all'asse di rotazione.* Per questo occorre e basta dimostrare che un disco piano nel quale la densità non sia simmetrica in-

torno al centro non può dar luogo ad una funzione potenziale simmetrica intorno all'asse del disco.

Infatti, quando la massa attirante sia tutta distribuita nel piano xy, dovremo nelle formole (10) porre $\theta' = \frac{\pi}{2}$. Ed osservando che la espressione

$$\frac{d^i \mathrm{N}_n}{dv^i}, \qquad (v = \cos\theta')$$

per $v = 0$, si riduce a zero o ad una costante differente da zero, a seconda che $n - i$ è dispari o pari, la 1ª della (10) darà

$$\int r'^m . \cos i v' . k . d\tau = 0 \tag{15}$$

per tutti i valori interi e positivi di n e per tutti i valori interi, positivi e pari di $n - i$. La (15) può anche scriversi

$$\int r'^{m+2s} . \cos m v' . k . d\tau = 0 \tag{16}$$

per tutti i valori interi e positivi di m e di s. Ora la densità k può esprimersi colla serie di Fourier

$$k = a_0 + \sum_1^\infty a_m \cos m v' + \sum_1^\infty b_m \operatorname{sen} m v'$$

dove $a_o\, a_m\, b_m$ sono funzioni finite di r'. Sostituendo questa espressione nella (16) e ponendo $d\tau = r' . dv'\, dr'$; si ottiene, colla integrazione, rispetto a v', fra i limiti 0 e 2π:

$$\int_0^{\mathrm{R}} r'^{m+1+2s} . a_m\, dr' = 0 \tag{17}$$

dove R è il massimo valore di r'. Questa, dovendo essere verificata per ogni valore intero e positivo di s, esige che sia $a_m = 0$ (1). Similmente si dimostra che $b_m = 0$; per modo che la k risulta funzione soltanto di r', ossia la distribuzione della massa deve essere simmetrica rispetto al centro, come si voleva dimostrare.

(1) È facile dimostrare che, affinchè si abbia

$$\int_a^b x^{m+2s} f(x) dx$$

(dove i limiti a e b non siano di segno diverso) per tutti i valori interi e positivi di s, è necessario che la $f(x)$ sia identicamente nulla nell'intervallo (a, b) eccettuati tutt'al più quei punti dell'intervallo stesso nei quali la funzione f presentasse delle discontinuità.

Fisiologia. — *Sull'esaurimento e restauro dei centri nervosi delle rane.* Nota del Socio straniero U. Kronecker.

Matematica. — *Sui gruppi di movimenti.* Nota del dott. Eugenio Elia Levi, presentata dal Socio Luigi Bianchi.

Matematica. — *Nuove applicazioni dei metodi di Riemann e Picard alla teoria di alcune equazioni alle derivate parziali.* Nota del prof. Guido Fubini, presentata dal Socio U. Dini.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Un contributo all'analisi delle funzioni.* Nota di G. Vitali, presentata dal Socio S. Pincherle.

Il sig. Lebesgue osserva (1) che le funzioni classificate dal sig. Baire (2), e che noi chiameremo brevemente *funzioni di Baire*, sono funzioni misurabili B.

Io qui voglio dimostrare la proposizione reciproca, dopo di che si potrà dire che:

Condizione necessaria e sufficiente perchè una funzione sia una funzione di Baire è che sia misurabile B.

1. Cominciamo col richiamare la nozione di gruppo misurabile B.

Consideriamo le operazioni:

I. « Fare la somma di un infinità numerabile o di un numero finito « di gruppi ».

II. « Prendere la parte comune a tutti i gruppi di una famiglia con- « tenente un numero finito o un infinità numerabile di gruppi ».

Chiamiamo inoltre *gruppi fondamentali* B i gruppi formati da tutti i punti che riempiono un segmento, gli estremi compresi o no.

(1) *Leçons sur l'intégration* etc. par Henri Lebesgue, pagg. 111-112, Paris, Gauthier-Villars, 1904.

(2) Tesi di R. Baire, Annali di Matematica, 1899; *Leçons sur les fonctions discontinues* par René Baire, Paris, Gauthier-Villars, 1905; *Leçons sur les fonctions de variables réelles*, par Emile Borel, pagg. 149-158, Paris, Gauthier-Villars, 1905.

« I gruppi misurabili B sono tutti quelli che si ottengono applicando « le operazioni I e II sui gruppi fondamentali B e su quelli che così via « via si ottengono ».

Consegue che:

« Applicando le operazioni I e II su gruppi misurabili B si hanno « gruppi misurabili B » (1).

Ora facciamo la seguente importante osservazione:

Una proposizione relativa ad un gruppo sarà dimostrata per tutti i gruppi misurabili B *se sarà vera per ogni gruppo fondamentale* B *e se si prova che, nell'ipotesi che sia vera per una famiglia di gruppi, è vera per ogni gruppo che si ottiene applicando a gruppi di quella famiglia le operazioni I e II.*

2. Sia f una funzione e siano p e q due numeri reali e $p < q$.

Indicheremo con $\}f\{_p^q$ la funzione uguale ad f nei punti in cui $p \leq f \leq q$, ed uguale a p nei punti in cui $f < p$, ed uguale a q nei punti in cui $f > q$.

Noi vogliamo dimostrare che « *se* f *è una funzione di Baire anche* « *la* $\}f\{_p^q$ *è una funzione di Baire* ».

Il teorema è manifestamente vero se f è di classe 0, perchè se f è continua lo è pure la $\}f\{_p^q$. Per dimostrarlo in generale basterà che noi proviamo che se è vero per ogni funzione f di classe minore di ν (ν essendo il tipo ordinale di un gruppo bene ordinato finito o numerabile) è vero pure per ogni funzione di classe ν.

Supponiamo adunque che il teorema sia vero per ogni funzione di classe minore di ν e sia f una funzione di classe ν.

La f è limite di una successione di funzioni ciascuna di classe minore di ν:

$$f_1, f_2, \ldots f_n \ldots$$

Le funzioni

$$\}f_1\{_p^q, \}f_2\{_p^q, \ldots \}f_n\{_p^q \ldots$$

sono dunque tutte funzioni di Baire.

Inoltre esse convergono manifestamente verso $\}f\{_p^q$, dunque $\}f\{_p^q$ è una funzione di Baire.

Osservazione. Il metodo di dimostrazione ci porterebbe anche a provare che se f è di classe ν, la $\}f\{_p^q$ è di classe ν o minore. Ma ciò ora a noi non interessa.

3. Ora mi propongo di dimostrare che:

Se (a, b) *è un intervallo, se* G *è un gruppo di punti di* (a, b) *misurabile* B *e se* m *ed* n *sono due numeri reali, la funzione* f *che è uguale*

(1) Enuncio questa proposizione specialmente per chiarire il senso della definizione precedente.

ad m nei punti di G *ed uguale ad n nei rimanenti punti di* (a, b) *è una funzione di Baire.*

La dimostrazione è suggerita dall'osservazione che chiude il § 1. Se G è un gruppo fondamentale B, la f ha al massimo due punti di discontinuità e quindi è certo una funzione di Baire. Supponiamo ora che il teorema sia vero per una famiglia F di gruppi. Io dico che è vero per ogni gruppo che si ottiene applicando le operazioni I e II sui gruppi di F.

Siano G_1 e G_2 due gruppi di F. Sia f_1 la funzione uguale ad m in G_1 e zero nei rimanenti punti, ed f_2 la funzione uguale ad m in G_2 e zero nei rimanenti punti. La funzione $f_1 + f_2$ è $2m$ nei punti comuni a G_1 e G_2 è m nei punti appartenenti ad uno solo di questi gruppi ed è nulla nei rimanenti. La funzione φ uguale ad $\{f_1 + f_2\}_0^m$ se $m > 0$ od a $\{f_1 + f_2\}_m^0$ se $m < 0$ è uguale ad m nei punti di $G_1 + G_2$ e nulla nei rimanenti. Inoltre, essendo le f_1, f_2 funzioni di Baire, anche φ è una funzione di Baire. Così pure $m - \varphi$ è una funzione di Baire ed anche la funzione $\psi = \frac{n}{m}(m - \varphi)$.

La ψ è nulla nei punti di $G_1 + G_2$ ed uguale ad n nei rimanenti, e quindi la funzione f uguale ad m nei punti di $G_1 + G_2$ e ad n nei rimanenti, è la somma di φ e ψ e perciò è una funzione di Baire. Di qui segue subito che se

$$G_1, G_2, \ldots G_r$$

sono r gruppi di F, la funzione uguale ad m nei punti di

$$G_1 + G_2 + \cdots + G_r$$

e ad n nei rimanenti è una funzione di Baire. Ancora: se

$$G_1, G_2, \ldots G_r \ldots$$

è un gruppo numerabile di gruppi di F, le funzioni f_r uguali ad m nei punti di $G_1 + G_2 + \cdots + G_r$ e ad n nei rimanenti sono funzioni di Baire formanti una successione che tende alla funzione f che è m nei punti di

$$G_1 + G_2 + \cdots + G_r + \cdots$$

ed n nei rimanenti. Questa f è dunque una funzione di Baire. Si può così dire che applicando ad F l'operazione I si ottengono gruppi pei quali vale il teorema.

L'operazione II applicata a F si riduce alla I applicata ai complementari dei gruppi di F, pei quali vale il teorema. Dunque il teorema vale anche pei gruppi che si ottengono da F applicando l'operazione II.

Il teorema è così dimostrato.

4. *Se un intervallo* (a, b) *è diviso in una famiglia di gruppi misurabili* B (*costituita da un numero finito o numerabile di gruppi*) *e se a*

ciascun gruppo G_i *di quella famiglia si fa corrispondere un numero* m_i, *la funzione che assume in ogni punto il valore del numero corrispondente al gruppo cui appartiene il punto, è una funzione di Baire.*

Difatti essa è la somma delle funzioni f_i che sono uguali ad m_i nei punti di G_i e nulle nei rimanenti, e le f_i sono funzioni di Baire.

5. *Una funzione misurabile* B *è una funzione di Baire.* — Sia $f(x)$ una funzione misurabile B, σ un numero positivo qualsiasi, n un numero intero positivo o negativo, Γ_n il gruppo dei punti in cui

$$n\sigma \leq f < (n+1)\,\sigma.$$

Γ_n è un gruppo misurabile B.

La funzione φ_σ che è uguale ad $n\sigma$ in ogni punto di Γ_n, qualunque sia n, è una funzione di Baire, ed in ogni punto è

$$0 \leq f - \varphi_\sigma < \sigma.$$

Sia ora

$$\sigma_1, \sigma_2, \ldots \sigma_r \ldots$$

una successione di numeri positivi e tendenti a zero. Sarà

$$\lim_{r=\infty} \varphi_{\sigma_r} = f$$

in ogni punto, e quindi f è una funzione di Baire.

Fisica. — *Sugli effetti di correnti continue interrotte ed alternate e di onde hertziane sul ritardo di magnetizzazione nei corpi magnetici in campi Ferraris* (1). Nota del prof. RICCARDO ARNÒ, presentata dal Socio G. COLOMBO.

In una Nota testè presentata a questa R. Accademia (2) ho riferito i risultati di una serie di ricerche intese a studiare il fenomeno della variazione di isteresi in un cilindro di acciaio in campi Ferraris di diversa inten-

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Istituto Tecnico Superiore di Milano (Istituzione Carlo Erba) in collaborazione con l'egregio signor Assistente ing. Giuseppe Comboni.

(2) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, seduta del 5 marzo 1905. Vedi anche i miei precedenti lavori rispettivamente pubblicati nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1° semestre 1904, pag. 272; negli Atti dell'Associazione elettrotecnica italiana (Comunicazione fatta alla Sezione di Milano nella seduta del 25 maggio 1904); e nei Rendiconti del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, 1905, Serie II, vol. XXXVIII, pag. 142.

sità, sotto l'azione di correnti interrotte ed alternate e di onde hertziane; ed ho dimostrato che nelle condizioni dei miei esperimenti:

a) In corrispondenza di campi Ferraris di debole intensità, si ha un aumento del ritardo col quale la magnetizzazione del cilindro di acciajo segue la rotazione del campo Ferraris in cui il cilindro è collocato.

Tutti gli esperimenti posero anzi in chiaro che l'aumento del ritardo di magnetizzazione è, a parità delle altre condizioni, tanto più grande quanto maggiore è la frequenza della corrente alternata o quanto maggiore è il numero delle interruzioni al 1″ della corrente interrotta su cui si sperimenta;

b) In corrispondenza di campi Ferraris di maggiore intensità, si ha una diminuzione del ritardo di magnetizzazione nel cilindro di materiale magnetico: tale diminuzione essendo tanto più grande, quanto maggiore è l'intensità del campo Ferraris in cui è collocato il cilindro di materiale magnetico su cui si sperimenta;

c) Esiste sempre — a parità di tutte le altre condizione in cui si sperimenta — un valore dell'intensità del campo Ferraris, in cui è collocato il cilindro sottoposto all'azione della corrente interrotta od alternata o del sistema di onde hertziane, per cui si ha il massimo aumento di isteresi; ed un valore dell'intensità del campo Ferraris per cui non si ha più nè aumento, nè diminuzione di isteresi nel materiale magnetico sperimentato.

Intanto, in questi giorni, essendomi proposto di studiare il comportamento dei corpi magnetici in campi Ferraris di diversa intensità, sotto l'azione di una corrente continua (1), ho ancora dimostrato che:

d) Tutto quanto è stato provato in relazione agli effetti di correnti interrotte ed alternate e di onde hertziane sul ritardo di magnetizzazione nei corpi magnetici in campo Ferraris, si verifica allorquando i corpi magnetici vengono sottoposti all'azione di correnti continue;

e) A parità di tutte le altre condizioni in cui si sperimenta, se vi ha aumento di isteresi, questo è notevolmente più piccolo nel caso in cui si sperimenta con correnti continue che allorquando il corpo magnetico è sottoposto all'azione di correnti interrotte ed alternate; e se, d'altra parte, si ha diminuzione di isteresi, questa è invece notevolmente più grande se si sperimenta con correnti continue, di quella che altrimenti si ottiene con correnti interrotte od alternate;

f) Allorquando, sottoponendo il cilindro di materiale magnetico alla azione di una corrente continua, si ha, in certe determinate condizioni, nè aumento, nè diminuzione di isteresi, si ottiene, sperimentando in quelle stesse condizioni con correnti interrotte ed alternate, aumento di isteresi.

(1) Rendiconti del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, seduta del 23 marzo 1905.

Viceversa, allorquando, sottoponendo il cilindro di materiale magnetico all'azione di una corrente interrotta od alternata, si ha, in certe determinate condizioni, nè aumento, nè diminuzione di isteresi, si ottiene, sperimentando in quelle stesse condizioni con correnti continue, diminuzione di isteresi;

g) Può finalmente ancora accadere che, sperimentando con correnti continue ed avendo diminuzione di isteresi, si abbia invece — sperimentando con correnti interrotte od alternate e mantenendo inalterate tutte le condizioni dell'esperimento — aumento del ritardo di magnetizzazione nel cilindro di materiale magnetico.

Continuando le mie ricerche in quest'ordine di idee, ho pensato di modificare ancora le condizioni degli esperimenti facendo variare, fra estesi limiti, l'intensità del campo magnetico secondario generato dalla corrente continua, interrotta od alternata, alla cui azione viene sottoposto il cilindro di acciajo collocato nel campo magnetico rotante.

Essendo quindi, a tale scopo, le esperienze disposte in quella stessa guisa che furono descritte nelle mie precedenti Note sopracitate, con l'aggiunta però di opportuni reostati, destinati a far variare l'intensità della corrente continua, interrotta od alternata su cui si sperimenta, e conseguentemente l'intensità del campo magnetico secondario generato da tale corrente, ho ancora constatato quanto segue:

1° Allorquando si sperimenta con campi Ferraris sufficientemente intensi, e che conseguentemente sempre si constata diminuzione del ritardo di magnetizzazione nel cilindro di materiale magnetico, accade che tale diminuzione di isteresi è tanto più grande quanto maggiore è l'intensità del campo magnetico secondario, alla cui azione il cilindro è sottoposto;

2° Allorquando si sperimenta con campi Ferraris di debole intensità, si constata — come già più sopra è stato detto — aumento del ritardo di magnetizzazione; ma ciò solo fino a che l'intensità del campo magnetico secondario non ha superato un certo determinato valore: a partire dal quale, e per tutti i valori ad esso superiori, si constata invece diminuzione di isteresi;

3° Allorquando si sperimenta con campi Ferraris di debole intensità, esiste sempre — in corrispondenza di una data intensità del campo magnetico rotante e a parità di tutte le altre condizioni in cui si sperimenta — un valore della intensità del campo magnetico secondario per cui si ha il massimo aumento di isteresi; ed un valore della intensità del campo magnetico secondario per cui non si ha più nè aumento, nè diminuzione di isteresi nel materiale magnetico sperimentato.

Fisica. — *Sul comportamento della conduttività termica dei vapori di pentacloruro di fosforo* (1). Nota del dott. C. Feliciani, presentata dal Socio P. Blaserna.

In una Memoria pubblicata poco tempo fa (2) mostrai il comportamento della conduttività termica dei vapori d'ipoazotide e feci vedere come esistesse, per quel gas, una relazione semplice fra la conduttività termica assoluta e la sua dissociazione. Questo fatto notevole mi spinse ad estendere le ricerche ad altri gas dissociabili e scelsi questa volta il pentacloruro di fosforo, che, come si sa, si dissocia nell'intervallo 145°-300° in $P_h Cl_3 + Cl_2$.

L'apparecchio di cui mi son servito è simile all'altro, che impiegai nelle precedenti ricerche. Il pentacloruro trovavasi allo stato solido entro una storta di corto braccio, saldata al pallone, la quale veniva scaldata sufficientemente in tutta la sua lunghezza allorchè si doveva svolgere il gas.

Le dimensioni dell'apparecchio sono:

raggio del pallone	$r = 2{,}5028$ cm.
raggio interno del bulbo termom. .	$r_i = 0{,}6358$ »
raggio esterno » » .	$r_e = 0{,}6826$ »
peso del mercurio	14,640 gr.
peso del vetro del bulbo	0,7157 »

I bagni impiegati in queste ricerche sono due: uno di vasellina per l'intervallo 140°-200° e l'altro una lega di Wood per l'intervallo 200°-300°. Partendo da 140° elevavo la temperatura del bagno di 20 in 20 gradi circa e osservavo nei singoli intervalli il tempo di raffreddamento del termometro. La temperatura del bagno si cercava di mantenere costante e uniforme, circondando il recipiente con un secondo bagno e agitando continuamente la massa liquida.

L'esperienza era condotta come già nelle precedenti ricerche e veniva ripetuta parecchie volte; dei valori ottenuti prendevo poi la media.

Le pressioni scelte sono due, una l'atmosferica e l'altra di 100 mm. La prima non ci permette di determinare i valori assoluti della conduttività termica stante la convezione del gas che entra in gioco; ma è stata scelta per fare uno studio comparativo fra la velocità di raffreddamento sconosciuta del pentacloruro e quella nota dell'idrogeno. Per questo entrambi i gas erano

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio dell'Istituto fisico della R. Università di Roma.
(2) N. Cimento, serie V, volume VII, gennaio 1904.

introdotti successivamente nello stesso pallone e venivano sottoposti alle stesse condizioni di temperatura e di pressione; si osservavano poi i tempi di raffreddamento negli stessi punti del termometro. Si ammette qui implicitamente che la convezione sia uguale o poco diversa per entrambi i gas racchiusi nello stesso pallone e sottoposti alle medesime condizioni.

Alla pressione di 100 mm. ho poi trovato la conduttività assoluta, essendo trascurabile a tale pressione l'influenza delle correnti convettive.

La formola che anche qui ho applicata e che mi dà la velocità media v_m è:

$$v_m = \frac{n \Sigma \theta \log (t - t') - \Sigma \theta \Sigma \log (t - t')}{(\Sigma \theta)^2 - n \Sigma \theta^2}$$

dove n indica il numero delle temperature t alle quali osservavo i tempi di raffreddamento θ in ciascun intervallo, e t' la temperatura del bagno.

A questa velocità media corrisponde una temperatura media t_m data dalla formola (1):

$$t_m = \frac{t_o}{4} + \frac{t_1 \theta_1 + t_2 \theta_2 + .. t_n \theta_n}{4 (\theta_1 + \theta_2 .. \theta_n)}$$

I valori di v, riportati nella 3ª e 5ª colonna, indicano le velocità di raffreddamento di tre in tre gradi circa rispettivamente del pentacloruro e dell'idrogeno.

Pentacloruro di fosforo			Idrogeno	
Bagno 140° — press. atm. (751)				
t	θ	v	θ	v
162.0	0	—	0	—
158.8	31	0.002202	15	0.004551
155.6	66	2262	32	4666
152.4	110	2264	55	4527
149.2	165	2295	82	4617
Bagno 161° — press. atm. (760)				
181.2	0	—	0	—
178.0	31	0.002416	14	0.005350
174.8	70	2364	31	5338
171.6	126	2223	55	5092
168.4	214	2038	81	5384

(1) Wied. Annal., 11, pagg. 480-81, 1880.

Pentacloruro di fosforo			Idrogeno	
Bagno 180° — press. atm. (759)				
t	θ	v	θ	v
200.4	0	—	0	—
197.2	27	0.002745	13	0.005700
194.0	60	2725	29	5638
190.8	104	2656	51	5416
187.6	174	2464	79	5428
Bagno 200° — press. atm. (756)				
219.6	0	—	0	—
216.4	23	0.003666	13	0.005955
213.2	49	3504	28	6132
210.0	82	3564	50	5845
206.8	129	3564	82	5607
Bagno 220° — press. atm. (755)				
241.0	0	—	0	—
238.0	18	0.003719	12	0.005579
235.0	39	3744	25	5840
232.0	65	3739	41	5928
229.0	95	3873	63	5977
Bagno 240° — press. atm. (750)				
263.4	0	—	0	—
260.2	18	0.003548	10	0.006386
257.0	38	3652	21	6608
253.8	62	3690	35	6552
250.6	96	3582	54	6369
Bagno 260° — press. atm. (753)				
285.3	0	—	0	—
282.2	13	0.004367	9	0.006308
279.1	28	4360	18	6783
276.0	46	4326	31	6419
273.0	66	4381	48	6153
Bagno 280° — press. atm. (760)				
307.4	0	—	0	—
304.2	14	0.003852	8	0.006742
301.1	30	3782	17	6675
297.9	48	3852	28	6603
294.8	68	3934	42	6369

Dal confronto di questi valori si scorge facilmente che la velocità di raffreddamento, e quindi anche la conduttività termica del pentacloruro di fosforo, ha un andamento diverso da quello dell'idrogeno, la quale, come si vede, va leggermente aumentando colla temperatura, come del resto avviene per tutti i gas non dissociabili.

Per determinare direttamente i valori assoluti di questa conduttività ho eseguite analoghe esperienze alla pressione di 100 mm. ed ho ottenuto:

Pentacloruro di fosforo				Idrogeno		
Bagno 140° — press. 100 mm.						
t	θ	v		θ	v	
162.0	0	—	Essendo	0	—	Essendo
158.8	39	0.001750	$\Sigma\theta = 505''$	19	0.003593	$\Sigma\theta = 230''$
155.6	88	1697	$\Sigma \log(t-t') = 5.86691$	41	3641	$\Sigma \log(t-t') = 5.86691$
152.4	150	1660	si ha:	68	3662	si ha:
149.2	228	1661	$v_m = 0.00165$	102	3712	$v_m = 0.00376$
Bagno 161° — press. 100 mm.						
181.2	0	—	Essendo	0	—	Essendo
178.0	33	0.002270	$\Sigma\theta = 431''$	20	0.003745	$\Sigma\theta = 249''$
174.8	73	2267	$\Sigma \log(t-t') = 5.57022$	43	3848	$\Sigma \log(t-t') = 5.57022$
171.6	125	2240	si ha:	73	3836	si ha:
168.4	200	2181	$v_m = 0.00218$	113	3859	$v_m = 0.00386$
Bagno 180° — press. 100 mm.						
200.4	0	—	Essendo	0	—	Essendo
197.2	32	0.002316	$\Sigma\theta = 401''$	20	0.003705	$\Sigma\theta = 242''$
194.0	68	2404	$\Sigma \log(t-t') = 5.60552$	42	3893	$\Sigma \log(t-t') = 5.60552$
190.8	116	2381	si ha:	71	3891	si ha:
187.6	185	2318	$v_m = 0.00233$	109	3934	$v_m = 0.00394$
Bagno 200° — press. 100 mm.						
219.6	0	—	Essendo	0	—	Essendo
216.4	29	0.002669	$\Sigma\theta = 378''$	19	0.004074	$\Sigma\theta = 242''$
213.2	65	2641	$\Sigma \log(t-t') = 4.56018$	41	4187	$\Sigma \log(t-t') = 5.46018$
210.0	111	2633	si ha:	72	4059	si ha:
206.8	173	2657	$v_m = 0.00265$	110	4180	$v_m = 0.00416$

Pentacloruro di fosforo				Idrogeno		
Bagno 220° — press. 100 mm.						
t	θ	v		θ	v	
241.0	0	—	Essendo	0	—	Essendo
238.0	22	0.003043	$\Sigma\theta = 266''$	16	0.004184	$\Sigma\theta = 190''$
235.0	46	3174	$\Sigma \log(t - t') = 5.78700$	34	4295	$\Sigma \log(t - t') = 5.78700$
232.0	79	3077	si ha:	55	4419	si ha:
229.0	119	3092	$v_m = 0.00309$	85	4329	$v_m = 0.00436$
Bagno 240° — press. 100 mm.						
263.4	0	—	Essendo	0	—	Essendo
260.2	22	0.002903	$\Sigma\theta = 270''$	14	0.004562	$\Sigma\theta = 168''$
257.0	48	2891	$\Sigma \log(t - t') = 6.07021$	29	4796	$\Sigma \log(t - t') = 6.07021$
253.8	80	2867	si ha:	49	4680	si ha:
250.6	120	2867	$v_m = 0{,}00286$	76	4525	$v_m = 0.00445$
Bagno 260° — press. 100 mm.						
285.3	0	—	Essendo	0	—	Essendo
282.2	18	0.003154	$\Sigma\theta = 207''$	12	0.004731	$\Sigma\theta = 141''$
279.1	38	3213	$\Sigma \log(t - t') = 6.34856$	26	4703	$\Sigma \log(t - t') = 6.34856$
276.0	62	3210	si ha:	42	4734	si ha:
273.0	89	3249	$v_m = 0.00325$	61	4754	$v_m = 0.00474$
Bagno 280° — press. 100 mm.						
307.4	0	—	Essendo	0	—	Essendo
304.2	19	0.002839	$\Sigma\theta = 221''$	11	0.004903	$\Sigma\theta = 128''$
301.1	40	2837	$\Sigma \log(t - t') = 6.56895$	23	4933	$\Sigma \log(t - t') = 6.56895$
297.9	66	2802	si ha:	38	4866	si ha:
294.8	96	1780	$v_m = 0.00278$	56	4777	$v_m = 0.00479$

Fatto un buon vuoto nel pallone, son passato poi a determinare nello stesso modo la velocità d'irradiazione ed ho ottenuto i seguenti voleri medi v'_m:

t_m	v'_m	Tempo totale di raffredd.	t_m	v'_m	Tempo totale di raffredd.
148°	0.00049	773″ da 162° a 149°.2	227°	0.00107	344″ da 241° a 229°
170°	0.00061	715″ » 181°.2 » 168°.4	248°	0.00123	280″ » 263°.4 » 250°.6
187°	0.00072	596″ » 200°.4 » 187°.6	270°	0 00139	208″ » 285°.3 » 273°
207°	0.00093	495″ » 219°.6 » 206°.8	291°	0.00150	175″ » 307°.4 » 294°.8

Per il prodotto Pc, che indico con C, ho avuto:

$C_{156°} = 0.729$ $C_{175°} = 0.751$ $C_{194°} = 0.775$ $C_{213°} = 0.800$
$C_{231°} = 0.832$ $C_{257°} = 0.867$ $C_{280°} = 0.902$ $C_{301°} = 1.938$

Applicando ora la formola

$$K = \frac{C\,(r - r_e)\,(v_m - v'_m)}{4\pi\, r\, r_e} \frac{1}{\log e}$$

trovo per K i seguenti valori:

	Pentacloruro di Ph	Idrogeno
t_m	K	K
148°	0.0001651	0.0004654
168°	2302	4765
187°	2436	4872
207°	2686	5045
227°	3155	5344
248°	2759	5620
270°	3275	5899
291°	2344	6025

I valori ottenuti pel coefficiente di conduttività termica dell'idrogeno sono abbastanza concordanti con quelli che risultano dalla formola del Meyer [1]

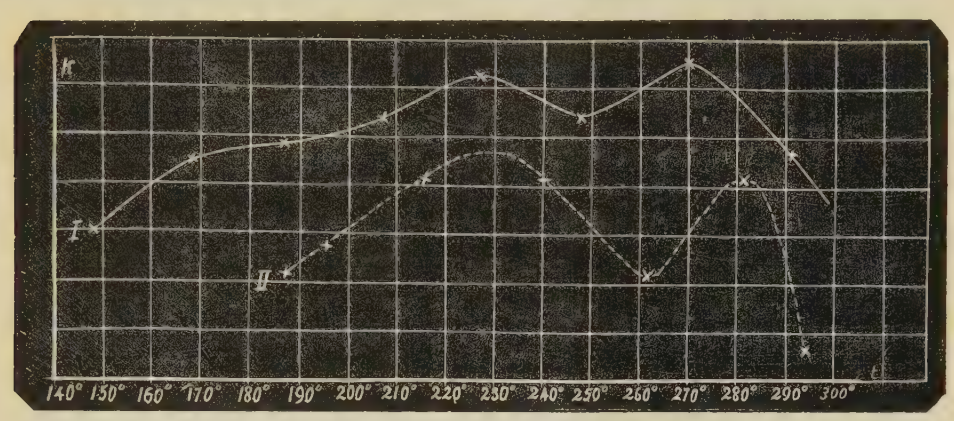
$$K = 3.5\,(1 + 0.0024\,t)\,10^{-4}$$

e questo c'induce a ritenere esatti quelli relativi al pentacloruro.

Il coefficiente di conduttività termica del pentacloruro ha, come si vede, un andamento irregolare, presentando un massimo a circa 230°, un minimo a 250° e quindi un massimo a 270°, dalla quale temperatura diminuisce per

[1] O. E. Meyer, *Kinetische Theorie*, 2ª ediz., pag. 294, 1899.

raggiungere, a dissociazione completa, un valore di poco variabile colla temperatura. Dal semplice confronto di questi valori con quelli che si ottengono dalla seguente tabella (1) per il coefficiente di dissociazione, si rileva che l'andamento dei due coefficienti è pressochè uguale; ai massimi e minimi



I. Coefficiente di conduttività termica del pentacloruro di fosforo.
II. Coefficiente di dissociazione del pentacloruro di fosforo.

nell'una curva (v. figura) corrispondono a un dipresso i massimi e minimi nell'altra, per quanto la scarsità dei punti non permetta di tracciare le curve con soddisfacente sicurezza.

Qui però siamo ben lungi dall'avere una proporzionalità fra i due coefficienti, come trovammo, sebbene in via approssimata, per l'ipoazotide.

temperatura	densità	percentuale nella dissociazione	aumento medio della dissociazione per ogni 10° successivi
182°	5.08	41.7	
			3.3
190°	4.99	44.3	
			4.2
200°	4.85	48,5	
			6.3
230°	4.30	67.4	
			6.3
250°	4.00	80.0	
			3.1
274°	3.84	87.5	
			6.2
288°	3.67	96.2	
			0.9
300°	3.65	97.3	

In conclusione, da queste e dalle precedenti ricerche resta assodato che per i gas dissociabili studiati la conduttività termica ha un comportamento irregolare per l'influenza esercitata su quel fenomeno dalla dissociazione, e inoltre che esiste un parallelismo fra i due fenomeni.

Queste conclusioni sono in perfetta armonia colle conseguenze dedotte dalla teoria cinetica dei gas, le quali trovano così una conferma nei risultati ottenuti.

(1) Annal. der Chemie und Pharmacie, Supplement Band 5, pagg. 348-49, 1867.

Fisica terrestre. — *Sul pireliometro a compensazione elettrica dell'Ångström.* Nota di CIRO CHISTONI, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sulla costituzione di alcuni piombati* (1) Nota di I. BELLUCCI e N. PARRAVANO, presentata dal Socio S. CANNIZZARO.

Le ricerche eseguite da uno di noi sui platinati (2) e da entrambi sugli stannati (3) hanno messo per la prima volta in luce l'esistenza di ossisali complessi del tipo $[Pt(OH)^6]X'_2$ ed $[Sn(OH)^6]X'_2$ legati da stretti rapporti di genesi con i rispettivi clorosali $[Pt\,Cl^6]X'_2$ ed $[Sn\,Cl^6]X'_2$. Le misure cristallografiche eseguite gentilmente per nostro invito dal dott. Zambonini hanno dimostrato che esiste isomorfismo tra le forme romboedriche dei due sali $[Pt(OH)^6]K^2$ ed $[Sn(OH)^6]K^2$.

L'esistenza di questi ossiplatinati ed ossistannati ci ha indotto ad estendere analoghe ricerche ai piombati del tipo del cosidetto metapiombato di potassio $Pb\,O^3\,K^2, 3H^2O$, al quale, per l'analogia che regna tra i composti dello Sn^{IV} e del Pb^{IV}, non era improbabile spettasse invece la costituzione $[Pb(OH)^6]K^2$. Vale a dire anche in questo caso, in rapporto con quello che già noi avevamo dimostrato per gli stannati del tipo $SnO^3\,X'_2, 3H^2O$, le tre molecole di acqua fossero da riguardarsi non di cristallizzazione, ma come facenti parte integrante della costituzione del piombato. D'altra parte le notizie cristallografiche che finora si conoscevano in riguardo al piombato $Pb\,O^3\,K^2, 3H^2O$ rendevano incerta questa nostra interpetrazione. Non era infatti ancora nettamente definito il sistema cristallino al quale appartiene questo sale, poichè Fremy lo credette romboedrico, mentre Seidel lo descrisse cristallizzato in forme del sistema dimetrico. Questa incertezza, che avrebbe tolto valore alla dimostrazione della costituzione del piombato secondo la formola $[Pb(OH)^6]K^2$, ci ha indotti a far ripetere lo studio cristallografico di questo sale. Dopo lunghi tentativi siamo riusciti ad ottenere dell'ottimo materiale per studî cristallografici. Il dott. Zambonini, cui abbiamo fornito questo materiale per lo studio cristallografico, ci ha cortesemente comunicati i risultati delle sue misure, in base alle quali risulta in modo indubbio che anche il piombato di potassio cristallizza in forme del sistema romboedrico

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Roma.
(2) Bellucci, Zeit. anorg. Chemie, *44*, 168, 1905.
(3) Bellucci e Parravano. Questi Rendiconti, vol. XIII. (II) fasc. 6, 7, 8.

e presenta con il platinato $[Pt(OH)^6]K^2$ e con lo stannato $[Sn(OH)^6]K^2$ strette relazioni di isomorfismo. Di tali misure cristallografiche, in base alle quali si stabilisce questo isomorfismo, ci occupiamo dettagliatamente altrove.

Questo risultato presenta un certo interesse poichè grandemente avvalora la nuova interpretazione secondo la formola $[Pb(OH)^6]X'_2$ che noi, in base alle prove chimiche di cui ora passeremo ad occuparci, siamo indotti a dare ai piombati presi a trattare.

Parte sperimentale.

A differenza degli stannati ed ancor più dei platinati, si conoscono varî tipi di piombati. Noi prendiamo in considerazione soltanto i piombati riferibili al tipo $Pb\,O^3\,X'_2\,,\,3H^2O$ e ci soffermiamo anzitutto al sale di potassio che è il più caratteristico e stabile.

Questo sale fu preparato per primo da Fremy [1] nel 1844, fondendo il biossido di piombo con eccesso di potassa, sciogliendo la massa fusa in poca acqua ed evaporando nel vuoto. Fremy gli assegnò la formola $Pb\,O^3\,K^2,\,3H^2O$.

Seidel [2] lo ripreparò poi nel 1879 con lo stesso metodo e confermò la formola di Fremy.

Seguendo le indicazioni piuttosto vaghe lasciateci da questi autori, non è possibile preparare facilmente questo sale. Ci sono occorsi numerosi tentativi per poter definire le condizioni nelle quali riesce agevole la preparazione del piombato potassico. Noi abbiamo precisamente operato così. A 100 grammi di idrato di potassio si aggiungevano in capsula di argento 20-30 gr. di acqua e si cominciava a scaldare: nel mentre progrediva la soluzione della potassa si aggiungevano alla massa tenuta continuamente agitata delle piccole porzioni di una poltiglia acquosa di biossido di piombo. Durante l'operazione il riscaldamento va fatto con un semplice becco Bunsen, procurando che la temperatura non si elevi troppo. Man mano che si procede nell'aggiunta del $Pb\,O^2$, il liquido fuso si satura di piombato di potassio che si depone al fondo della capsula come polvere micro-cristallina, di un bianco leggermente sporco. Si sospende l'aggiunta del $Pb\,O^2$ allorchè questo rifiuta di sciogliersi. La massa fusa si riprende con poca acqua, e si filtra: il filtrato si pone a cristallizzare nel vuoto su acido solforico dopo avervi seminato un cristallino di stannato o platinato di potassio. In capo a breve tempo si ha così un buon rendimento di piombato di potassio, ben cristallizzato. Qualora nella preparazione si ecceda con la temperatura, o non si osservino le concentrazioni dell'alcali suindicate, una porzione del PbO^2 si riduce a PbO, il quale si scioglie a sua volta nell'idrato potassico dando col piom-

(1) Ann. de chim. et phys. [3] *12*, 488.
(2) Journ. prakt. Chemie *20*, 200.

bato di potssio già formatosi piombato di piombo sotto forma di una polvere amorfa, insolubile, di un giallo aranciato. La formazione di questo precipitato, data la fortissima concentrazione dell'alcali, non è immediata; onde è che anche da un filtrato limpido, qualora non si sieno osservate le opportune condizioni di preparazione, invece di cristallizzare il piombato di potassio si ha talora formazione o esclusivamente di piombato di piombo o di questo frammisto al sale alcalino.

Il piombato di potassio così ottenuto in piccoli cristalli incolori, lucenti, veniva da noi raccolto, lavato qualche volta rapidamente con alcool assoluto e spremuto bene tra carta. Si conservava in essicatore su potassa per impedirne più che fosse possibile la sua decomposizione a contatto dell'anidride carbonica atmosferica. Questo sale subisce in acqua un' immediata idrolisi: si separa in prima fase acido piombico, che in seguito torna a sciogliersi allo stato colloidale (1).

I. Sost. gr. 0,5432 ⟶ gr. 0,4208 $PbSO^4$ ⟶ gr. 0,2516 K^2SO^4.
II. » » 0,5318 ⟶ » 0,4138 » ⟶ » 0,2449 »

	Trovato			
	I	II	Trovato da Fremy	Calcolato per $PbO^3K^2, 3H^2O$.
Pb	52,91	53,15	52,57	53,43
K	20,80	20,68	20,67	20,22
H^2O	—	—	14,40	13,96

A lato delle nostre analisi sono riportate le percentuali trovate da Fremy, dalle quali risulta che a questi sarebbe riuscito di dosare esattamente l'acqua nel sale. Noi non possiamo invece dare nessun valore per le percentuali dell'acqua, per le ragioni che qui esponiamo.

Il piombato di potassio mantenuto a lungo alla temperatura di 100°, in ambiente di gas inerte, non perde quantità apprezzabili del proprio peso, (sost. gr. 0,9423 ⟶ gr. 0,0031 = 0,32 %). Elevando la temperatura esso comincia a perdere acqua, ma contemporaneamente la sua molecola si demolisce con separazione di potassa e di PbO^2, il quale passa poi a PbO. Arroventando il sale, sempre in ambiente di gas inerte, le perdite massime che siamo riusciti ad ottenere oscillano tra il 13,65-14,26 %. Come vedesi, i numeri da noi trovati mostrerebbero una certa concordanza con la percentuale di acqua trovata dal Fremy e con quella che si calcola per $3H^2O$. Il residuo però dell'arroventamento non è PbO^3K^2, come fa supporre il dato di Fremy. Infatti questo residuo ripreso con acido nitrico non palesa affatto la presenza di PbO^2, presenta il colore giallo del litargirio e comunica all'alcool la reazione alcalina dovuta all' idrato di potassio. Tale residuo non

(1) Bellucci e Parravano, Chemik. Zeitung, 1904, pag. 1254.

è adunque che un miscuglio di litargirio e di potassa e la demolizione del piombato per azione del calore è completa secondo lo schema seguente:

$$[Pb(OH)^6]K^2 = PbO + 2KOH + O + 2H^2O$$

Arroventando il piombato in ambiente inerte secondo la nostra equazione dovrebbesi avere adunque una perdita di peso corrispondente a $2H^2O + O$. Si calcola infatti in questo caso una perdita del 13,42 % abbastanza concordante, date le difficoltà dell' esperienza, con quelle trovate da noi (13,65-14,26 %).

Il comportamento del piombato di potassio sotto l'azione del calore è quindi perfettamente analogo a quello dello stannato $Sn(OH)^6K^2$ e del platinato $Pt(OH)^6K^2$. Giova anzi qui ricordare che Fremy nel caso dello stannato $Sn(OH)^6K^2$, per azione spinta del calore non riuscì ad ottenere una perdita di peso corrispondente a $3H^2O$, e di ciò noi abbiamo dato (loc. cit.) sufficienti spiegazioni. Nel caso del piombato $Pb(OH)^6K^2$ egli troverebbe invece dati concordanti con i calcolati per $3H^2O$, senza tenere conto però della demolizione che il sale subisce e quindi della perdita di ossigeno da parte del PbO^2, perdita di ossigeno che non si verifica nel caso del SnO^2 prodottosi nell' identica demolizione dello stannato. Il che spiega sufficientemente perchè Fremy abbia creduto di poter dosare per perdita di peso l'acqua nel piombato, e non nel caso dello stannato di potassio.

È appunto da questo comportamento del piombato di potassio sotto l'azione del calore che deduciamo una prima prova in favore della formola di costituzione $Pb(OH)^6K^2$ che noi assegniamo a questo sale.

Nel caso dei platinati e degli stannati ci siamo occupati anche del sale sodico. Adoperando lo stesso metodo di preparazione del piombato potassico, si giunge ad avere una soluzione di piombato sodico, la quale abbandonata nel vuoto su acido solforico, solo in presenza di qualche cristallino di stannato potassico (i quali vi crescono dentro) mostra una debolissima tendenza a deporsi come polvere finemente cristallina, con rendimento però mai sufficiente da permetterci delle analisi. Le stesse difficoltà incontrò Seidel (loc. cit.) in analoghi tentativi (1).

(1) Höhnel (Archiv. für Pharm., *232*, 223) dice di avere preparato un piombato sodico $PbO^3Na^2, 4H^2O$, ossidando una poltiglia di PbO con perossido di sodio, ed esaurendo la massa con alcool a diverse concentrazioni. Noi abbiamo ripetuto la preparazione di Höhnel ed abbiamo potuto constatare che non si riesce a purificare completamente il sale senza andare incontro alla sua idrolisi. Riportiamo i dati analitici di Höhnel:

	Trovato		Calcolato per	
	I	II	$PbO^3Na^2, 4H^2O$	$PbO^3Na^2, 3H^2O$
Pb	55,43	54,20	55,5	58,27
Na	14,07	14,21	12,33	12,98

Altro criterio importante per la dimostrazione della formola $Pb(OH)^6K^2$ era quello della composizione dei sali che da questo potevano derivarne per doppio scambio. Data la profonda idrolisi che subisce il piombato di potassio in soluzione acquosa, era necessario mantenerlo in ambiente fortemente alcalino, ed erano possibili doppi scambi soltanto con le soluzioni degli ossidi metallici solubili nell' eccesso dell' idrato alcalino. Dei varî precipitati che possono ottenersi con le soluzioni metalliche in queste condizioni eccezionali, l'unico che abbiamo potuto sottoporre all'analisi è stato quello di Pb″.

Sale di piombo $[Pb(OH)^6]Pb$.

Fremy (loc. cit.) mescolando la soluzione alcalina del piombato potassico con una soluzione alcalina di PbO, ottenne un precipitato giallo che erroneamente interpretò come minio idrato, senza però dare di esso alcuna analisi nè formola. Seidel (loc. cit.) ripreparò nelle identiche condizioni tale composto e si accorse che si trattava di un idrato del Pb^2O^3 e non del Pb^3O^4. Gli assegnò perciò la formola $Pb^2O^3, 3H^2O$, considerandolo come sale di piombo $PbO^3Pb, 3H^2O$ dell'acido metapiombico PbO^3H^2.

Noi abbiamo ripreparato questo composto. Ad una soluzione di piombato potassico preparata estemporaneamente ed alcalina per idrato di potassio, onde evitare l' idrolisi, si aggiunse una soluzione di PbO nella potassa, lasciando il tutto in riposo in recipiente chiuso. A seconda delle concentrazioni la precipitazione del piombato di piombo procede più o meno rapida: con soluzioni concentrate la precipitazione avviene col tempo, con le diluite immediatamente.

Il precipitato è amorfo, di un colore giallo aranciato. Raccolto e lavato fu seccato su acido solforico. Era esente da carbonati.

I. Sost. gr. 0,3821 ⟶ gr. 0,3079 Pb.
II. » » 0,4789 ⟶ gr. 0,2054 PbO ⟶ gr. 0,2831 $PbSO^4$.
III. » » 0,6265 ⟶ cc. 14,8 di O (764,2 mm.; 17°,9).
IV. » » 0,5127 ⟶ gr. 0,0514 H^2O.

Come vedesi se le percentuali trovate dall' Höhnel si accostano per il piombo alla formola $PbO^3Na^2, 4H^2O$, ne sono ben lungi per il sodio, ciò che dimostra che il sale era ancora impuro di alcali, il quale ha naturalmente abbassato i trovati del piombo. Considerando ancora che l'acqua è stata dall' Höhnel *calcolata per differenza*, non può dirsi affatto sicura la formola $PbO^3Na^2, 4H^2O$ da esso stabilita. Tutto fa credere che qualora così si riuscisse ad avere un prodotto analizzabile, esso ricadrà nello stesso tipo di piombati da noi discusso.

	Trovato				Calcolato per $Pb(OH)^6 Pb$
	I	II	III	IV	
Pb (totale)	80,59	—	—	—	80,22
Pb^{IV}	—	39,82	—	—	40,11
Pb″	—	40,38	—	—	40,11
O	—	—	3,18	—	3,1
H^2O	—	—	—	10,03	10,48

Il sale di piombo corrisponde adunque alla formola $Pb(OH)^6 Pb$. Sottoposto all'azione del calore questo sale a 170° perde soltanto il 3,62 % di H^2O e col progressivo elevarsi della temperatura si riesce ad allontanare tutte tre le molecole di acqua. Non è sicuro il dosare, come ha fatto Seidel (loc. cit.) l'acqua in questo sale per arroventamento all'aria, e quindi per sola perdita di peso, perchè, sebbene Seidel sostenga che il sale arroventato al rosso non sviluppa ossigeno, noi abbiamo invece potuto constatare che alla stessa temperatura alla quale vanno via le ultime porzioni di acqua, cominciano già ad allontanarsi piccole quantità di ossigeno, ed al rosso il sale trovasi completamente trasformato in PbO.

Altri piombati insolubili non ci è stato possibile ottenere per doppio scambio dal sale potassico, in uno stato di purezza sufficientemente necessario per l'analisi. La soluzione alcalina del piombato di potassio trattata con soluzione di nitrato talloso dà un precipitato rosso-marrone, il quale però subisce idrolisi durante i lavaggi. Fu tuttavia raccolto e seccato su acido solforico. Varie preparazioni mostrarono che esso contiene sempre dell'acqua che non perde che in quantità minime a 100° e per riscaldamento essa si allontana quando già il tallio comincia abbondantemente a volatilizzare. Le analisi fatte su questo sale non mostrarono tra di loro sufficiente concordanza e dettero tutte un contenuto di piombo maggiore di quello che si calcola per la formola $Pb(OH)^6 Tl^2$, evidentemente a causa dell' idrolisi sopraddetta.

Trovansi descritti nella letteratura altri piombati insolubili $PbO^3 X''$, $x H^2O$. Così i metapiombati, preparati da Grützner ed Höhnel (1), di zinco, manganese, argento e rame ottenuti non in condizioni nette di doppio scambio, ma facendo digerire per più ore una poltiglia di metapiombato di calcio con le soluzioni dei rispettivi acetati o nitrati metallici. Come è evidente, non toccava a noi di prendere in considerazione questi sali perchè non preparati in condizioni che ci permettessero di trarne delle conclusioni per lo scopo del nostro lavoro, quando anche, ciò che è quasi impossibile, con il metodo di preparazione su accennato, fossero potuti ottenersi in stato analizzabile.

(1) Archiv. der Pharmacie, *233*, 512; *234*, 397.

È opportuno ad ogni modo notare che quasi tutti questi sali, come trovansi descritti, contengono maggiori o minori quantità di acqua, la quale presenta in taluni di essi una resistenza al calore davvero straordinaria (1).

Se i piombati ora ricordati non potevano essere preparati per doppio scambio dal piombato di potassio, per le condizioni di alcalinità in cui bisogna agire, l'avere ad ogni modo potuto ottenere in tali condizioni un sale di piombo $Pb(OH)^6 Pb$, dimostra che nelle soluzioni del piombato esiste l'anione $[Pb(OH)^6]''$.

Nel caso dei platinati $Pt(OH)^6 X'_2$ è stato dimostrato che con un acido si può mettere in libertà il rispettivo acido $Pt(OH)^6 H^2$, sufficientemente stabile all'aria; nel caso degli stannati $Sn(OH)^6 X'_2$ si pone invece in libertà un acido stannico che anche nelle condizioni più blande di essicamento non supera mai il grado di idratazione corrispondente ad $Sn(OH)^4$; nel caso infine dei piombati $Pb(OH)^6 X'_2$, la molto minore stabilità di questi sali, in confronto dei precedenti, ci si palesa anche nella minore stabilità del grado di idratazione dell'acido piombico che può da essi separarsi.

Noi abbiamo aggiunto infatti ad una soluzione di piombato di potassio, ben raffreddata con ghiaccio, dell'acido acetico diluito e pure raffreddato, fino ad avere reazione neutra: si ottiene così dapprima un precipitato fioccoso di colore più chiaro dell'idrato ferrico, ma che poi va man mano imbrunendosi. Raccolto su filtro e seccato all'aria, assume il colorito marrone-scuro del biossido di piombo, e le analisi fatte su questo prodotto, seccato soltanto all'aria, ci hanno mostrato che col tempo esso raggiunge la forma anidra PbO^2. Evidentemente alla variazione del colore è logico ammettere corrisponda anche la diminuzione e scomparsa del grado di idratazione, collegata a cambiamenti di proprietà. Infatti nel mentre l'acido piombico appena precipitato nelle condizioni sopraddette si scioglie con grande facilità nelle soluzioni di idrato alcalino, allorchè è stato raccolto ed il suo colore è diventato più scuro la resistenza all'alcali diventa sempre più notevole finchè giunti al PbO^2 anidro bisogna ricorrere alla fusione. Abbiamo adunque questa diminuzione progressiva del grado di idratazione degli acidi in corrispondenza con la diminuzione di stabilità dei rispettivi ossisali:

$Pt(OH)^6 X'_2$	$Sn(OH)^6 X'_2$	$Pb(OH)^6 X'_2$
↓	↓	↓
$Pt(OH)^6 H^2$	$Sn(OH)^4$	PbO^2

La diminuzione di stabilità di questi ossisali corre del resto parallela a quella dei rispettivi clorosali. Mentre infatti l'acido cloroplatinico $Pt Cl^6 H^2$

(1) Grützner ed Höhnel (Archiv. der Pharm., *233*, 514). Kassner id. id. *237*, 409.

è stabile e dai suoi sali è possibile avere per doppio scambio dei cloroplatinati insolubili, l'acido clorostannico $Sn\,Cl^6\,H^2$, come noi abbiamo potuto dimostrare, si riduce anche all'aria ad $Sn\,Cl^4$ ed i clorostannati trovansi in soluzione acquosa scissi molecolarmente ed idroliticamente e nell' impossibilità quindi di fare doppi scambi; l'acido cloropiombico non è noto infine che sotto forma dei suoi sali, i cloropiombati, che a contatto dell'acqua subiscono un' immediata e totale decomposizione. È a notare però che anche nel caso del Pb^{IV}, come del Pt^{IV} e dello Sn^{IV}, risulta la maggiore stabilità dei complessi ossidrilati di fronte ai complessi clorurati: quella cioè del $[Pb(OH)^6]''$, che pur ci ha permesso nettamente un doppio scambio, di fronte a quella labilissima del $[Pb\,Cl^6]''$.

Questo paragonare, come noi abbiamo fatto ora, composti di metalli quali il Pt^{IV}, lo Sn^{IV} ed il Pb^{IV}, potrebbe sembrare azzardato qualora non si pensasse che questo paragone noi lo stabiliamo soltanto per composti che posseggono uno stretto isomorfismo che si riflette in una grande analogia di comportamento e nella più perfetta identità di costituzione chimica.

Ai piombati da noi presi in considerazione in questa Nota spetta adunque la formola $Pb(OH)^6\,X'_2$. Mentre nel caso dei platinati il tipo $Pt(OH)^6\,X'_2$ può ben dirsi che sia fino ad oggi l'unico rappresentante di essi, e nel caso degli stannati (tipo α) appaiono soltanto accanto al tipo $Sn(OH)^6\,X'_2$ gli stannati $Sn\,O^3\,X''$ ottenuti finora soltanto per via secca, per i piombati a lato del tipo $Pb(OH)^6\,X'_2$ appaiono due altri tipi fondamentali $Pb(OX')^4$ e $PbO^3\,X'_2$.

Riassumendo genericamente si hanno perciò per i tre metalli considerati i tre tipi salini:

1) $[Me(OH)^6]X'_2$ 2) $Me(OX')^4$ 3) $MeO(OX')^2$

che si possono considerare derivati o dall'ortoidrato $Me(OH)^4$ o dal metaidrato $MeO(OH)^2$:

$$1)\quad Me(OH)^4 + 2XOH = [Me(OH)^6]X'_2$$
$$2)\quad Me(OH)^4 + 2XOH = Me(OX')^4 + 2H^2O$$
$$3)\quad MeO(OH)^2 + 2XOH = MeO(OX')^2 + 2H^2O$$

nel 1° caso però con fenomeno *di addizione* e formazione di sale complesso ossidrilato, nel 2° e 3° caso con fenomeno *di sostituzione*. In questa serie di tre tipi salini ben differenti, per quello che finora è noto, non si può passare dal tipo 1 al tipo 2, ma bensì lo si può in molti casi dal tipo 1 al tipo 3.

Noi torneremo tra breve a pubblicare i risultati di altre nostre ricerche di indole generale che stiamo compiendo intorno a questo nuovo tipo di os-

sisali $[Me(OH)^6]X'_2$, onde renderne sempre più indiscussa l'esistenza. Ci ha sembrato per ora opportuno rendere noto che esiste un tipo di piombati $Pb(OH)^6 X'_2$ analogo a quello da noi precedentemente dimostrato per gli stannati $Sn(OH)^6 X'_2$ e per i platinati $Pt(OH)^6 X'_2$.

Chimica. — *Sopra una nuova serie di sali isomorfi.* Nota di I. Bellucci e N. Parravano, presentata dal Socio S. Cannizzaro.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sull'impiego del solfato d'idrazina nelle analisi gasometriche* (1). Nota di Enrico Rimini, presentata dal Socio E. Paternò.

Con questo medesimo titolo, alcuni mesi or sono è apparsa nel Bulletin de la Société chimique de Paris (tom. XXXI, pag. 905), una Nota dei sigg. de Girard e de Saporta, della quale ho creduto opportuno occuparmi per alcune interpretazioni ed eguaglianze in essa contenute che io ritengo erronee e che applicate potrebbero condurre a gravi errori analitici.

In primo luogo i succitati signori rivolgono la loro attenzione al dosaggio dei sali di rame coll'idrazina.

Che i sali di rame si prestino per l'analisi quantitativa dell'idrazina è cosa nota sin da quando il Petersen (2) propose un metodo per dosare gasometricamente questa base servendosi del liquido di Fehling.

In seguito il Purgotti (3) cercò di invertire il problema e di utilizzare cioè l'idrazina per la determinazione quantitativa del rame.

Operando con un apparecchio Schultz-Tiemann modificato, ebbe ad accorgersi che tale dosaggio a caldo ed in soluzione alcalina non era effettuabile per lo svolgimento continuato di bollicine di azoto dovute, secondo il Purgotti, alla ulteriore distruzione dell'eccesso della base per opera di nuove quantità di sali di rame che si formerebbero a spese dei sali alcalini presenti e del rame già ridotto.

Per questo motivo appunto il Purgotti pensò di operare in alcuni casi in soluzione neutra, in altri in presenza di un eccesso di cloruro sodico, con

(1) Questa Nota fu pubblicata in parte nel n. 19, anno II, dei Rendiconti della Società chimica di Roma.

(2) Julius Petersen, *Ueber die quantitative Bestimmung des Hydrazins in Hydrazinsalzen.* Zeit. anorg. Chem. 5, pag. 1.

(3) Attiglio Purgotti, *Sopra un nuovo metodo di determinazione di alcune sostanze per mezzo del solfato d'idrazina.* Gazz. Chim. Ital., 36, II, pag. 559.

che il sale di rame viene a ridursi a cloruro rameoso il quale si combina col cloruro sodico in eccesso per formare un sale doppio solubile, oppure si discioglie nell'acido cloridrico che si libera nella reazione, dando una soluzione incolore.

A quanto sembra i sigg. de Girard e de Saporta non hanno ben compreso lo scopo dell'aggiunta del cloruro di sodio, nè hanno tenuto conto del fatto che il Purgotti agisce a caldo.

È bensì vero che allorquando si mescolano le soluzioni dei solfati di rame e di idrazina si ha la formazione del sale cuproidrazinico del Curtius, poco solubile anche a caldo, come pure è vero che l'aggiunta di un eccesso di cloruro non impedisce a freddo la precipitazione e la stabilità del suddeto sale; ma è altresì vero che scaldando prolungatamente tale miscela, il sale si decompone, si svolge azoto ed il liquido diviene incolore e limpido.

Necessaria è quindi la presenza del cloruro sodico specialmente nel caso dei sali di rame ad acido ossigenato, ed esatta e completa è da ritenersi la sotto riportata equazione del Purgotti:

$$4CuSO_4 + 10NaCl + N_2H_4 . H_2SO_4 = 2Cu_2Cl_2 + 5Na_2SO_4 + 6HCl + 2N$$

I sigg. de Girard e de Saporta hanno creduto di migliorare il metodo di analisi operando a freddo in presenza di una soluzione di soda, in condizioni cioè pressochè identiche a quelle da me (1) suggerite due anni or sono per per il dosaggio gasometrico dei sali di mercurio; e ritengono che il fenomeno corrisponda esattamente alla seguente eguaglianza:

$$4(CuSO_4 + 5H_2O) + N_2H_4.H_2SO_4 + 10NaOH = 2Cu_2O + N_2 + 5Na_2SO_4 + 28H_2O$$

cioè che per quattro molecole di solfato di rame si svolga una molecola di azoto.

Che l'ossidulo di rame potesse resistere in presenza di un eccesso di idrazina libera mi parve cosa assai dubbia e per ciò volli controllare la veridicità di tale asserzione.

Le numerose esperienze eseguite mi hanno dimostrato che applicando la formola di de Girard e de Saporta si troverebbe assai più rame di quello realmente impiegato, e mi hanno convinto che essa non corrisponde affatto all'andamento della reazione.

Questa infatti sembra avvenire in due tempi; il primo di essi è caratterizzato da uno svolgimento istantaneo di azoto, il secondo da una produzione lenta e continuata dello stesso gas, mentre il precipitato formatosi da rossiccio che era, diviene brunastro, poi nero, avendosi talvolta un deposito brillante di rame metallico.

(1) E. Rimini, *Sul dosaggio dell'idrazina e di alcuni suoi derivati.* Rendic. Acc. Lincei, 12, 2° sem. 1903, pag. 376. Gazz. Chim. Ital., 34, I, pag. 224.

Si sarebbe quindi indotti a supporre che nella prima fase della reazione il sale di rame si riduca allo stato di ossido rameoso, e che nella seconda fase la riduzione proceda oltre sino a rame metallico.

Eseguendo per altro la lettura del volume di gas svoltosi nel primo tempo, si trova che esso è sempre in quantità maggiore di quello che dovrebbe essere se la riduzione del sale di rame si fosse arrestata ad ossidulo; come dimostrano le tre seguenti esperienze le quali furono eseguite mescolando, con tutte le cautele consigliate dai su citati autori, le qui appresso indicate quantità di sostanza:

I. 10 cc. di una soluzione di solfato di rame del titolo 6,9278 %.
30 cc. di una soluzione di solfato di idrazina circa al 3 %.
10 cc. di una soluzione di soda al 15 %.
Si svolsero cc. 18,4 di azoto misurati a 17° e 761 mm. di pressione.

II. 10 cc. della soluzione di solfato di rame.
20 cc. della soluzione di solfato d'idrazina.
10 cc. della soluzione di soda.
Si svolsero cc. 18,4 di azoto misurati a 17° e 761 mm. di pressione.

III. 10 cc. della soluzione di solfato di rame.
20 cc. della soluzione di solfato d'idrazina.
10 cc. della soluzione di soda.
Si svolsero cc. 18,2 di azoto misurati a 17° e 761 mm. di pressione.

Tenuto conto che secondo la equazione di de Girard e de Saporta a 28 parti di azoto ne corrisponderebbero 998 di solfato di rame, si avrebbero i seguenti risultati:

In cento parti:

		Trovato		
	Calcolato	I	II	III
$CuSO_4 + 5H_2O$	6,9278	7,62	7,62	7,538

Ciò prova che anche nel primo tempo una parte del sale ha subìto una riduzione più avanzata dell'ossidulo, giungendo evidentemente a rame metallico e per ciò l'equazione di de Girard e de Saporta è incompleta ed inesatta.

Era sperabile che alla fine della seconda fase della reazione, cessasse lo sviluppo gassoso essendo tutto il sale di rame ridotto a rame metallico, così che si sarebbe potuto operare un dosaggio in base all'eguaglianza:

$$2CuSO_4 + N_2H_4 . H_2SO_4 + 6NaOH = 2Cu + N_2 + 3Na_2SO_4 + 6H_2O.$$

Per altro le molteplici esperienze eseguite e che io credo superfluo riportare, hanno dimostrato che anche a freddo a spese dell'idrazina in eccesso e per mezzo del rame ridotto, si svolgono nuove quantità di azoto che variano col variare della durata dell'esperienza, della temperatura a cui si opera e della quantità e concentrazione del sale d'idrazina impiegato.

Se questo fenomeno non fu dato di osservare ai sigg. de Girard e de Saporta, ciò si deve presumibilmente al fatto che i 15 cc. della loro soluzione di solfato d'idrazina erano già insufficienti a ridurre a rame metallico i due grammi di solfato di rame impiegato.

Contrariamente poi a quanto asseriscono questi chimici, anche il liquido di Fehling reagisce a freddo coll'idrazina svolgendo azoto; occorre per altro un tempo maggiore specialmente qualora si operi con una soluzione di solfato d'idrazina.

Dopo quanto è stato premesso ne consegue che anche il dosaggio indiretto del glucosio proposto da de Girard e de Saporta non può essere esatto e quindi è inapplicabile.

Secondariamente i sigg. de Girard e de Saporta propongono l'impiego del solfato d'idrazina pel dosaggio gasometrico del nitrito sodico.

L'azione dell'acido nitroso sull'idrazina già da molto tempo è stata oggetto di studio da parte di eminenti chimici.

Per primo il Curtius (1) dimostrò come, facendo gorgogliare i vapori nitrosi attraverso una soluzione fredda e diluita di idrato d'idrazina, si pervenga ad una soluzione di acido azotidrico.

Poco dopo Angeli (2) indicò un modo per ottenere direttamente il sale d'argento dell'acido azotidrico, mescolando una soluzione di solfato d'idrazina con una satura di nitrito d'argento.

Questa reazione è facile al punto da prestarsi per esperienza di lezione.

In seguito Dennstedt e Göhlich (3), dovendo preparare per loro ricerche una certa quantità di acido azotidrico, mescolarono una soluzione di nitrito potassico con una di solfato acido d'idrazina (solfato d'idrazina del commercio).

Essi notarono un forte svolgimento di gas che da principio ritennero costituito totalmente da azoto; ma che analisi successive dimostrarono essere un miscuglio di azoto e di *notevoli quantità* di ossigeno e protossido di azoto.

Cercarono di determinare le proporzioni relative dei gas della miscela con quella approssimazione che era possibile, date le difficoltà che tale problema analitico presenta, ed i risultati li condussero all'ipotesi che la reazione procedesse secondo la seguente eguaglianza:

$$3N_2H_4.H_2SO_4 + 6KNO_2 + 3H_2SO_4 = 2N_3H + 8H_2O + 6KHSO_4 + 2O + 2N + 2N_2O$$

Non si comprende, come dopo tutti questi studî, i sigg. de Girard e de

(1) Th. Curtius, *Azoïmid aus Hydrazinhydrat und salpetriger Säure.* Ber. d. B. chem. G., 26, pag. 1263.

(2) Angelo Angeli, *Sopra un modo di formazione del sale argentico dell'acido azotidrico.* Gazz. Chim. Ital., 23, pag. 292.

(3) M. Dennstedt und V. Göhlich, *Eine einfache Art der Darstellung der Stickstoffwasserstoffsäure.* Chemiker-Zeitung, 21, pag. 876.

Saporta abbiano pensato di poter dosare gasometricamente il nitrito sodico col solfato acido d'idrazina e rappresentare la reazione tra questi due sali nel seguente modo:

$$2NaNO_2 + N_2H_4 . H_2SO_4 = N_2 + Na_2SO_4 + 2NOH + 2H_2O.$$

È ovvio altresì che il sale d'argento da essi ottenuto per precipitazione, con nitrato d'argento, del liquido residuo della reazione e ritenuto a causa delle sue proprietà esplosive per iponitrito d'argento, non fosse altro che azotidrato d'argento o per lo meno una miscela di azotidrato e di iponitrito.

Essendo mia intenzione eseguire alcune ricerche per mezzo del solfato cuproidrazinico cui è stato accennato nel principio di questa Nota, procedetti anzitutto ad una analisi di detto sale; ma ebbi risultati i quali non concordavano con quelli richiesti dalla formula proposta da Curtius e Schrader (1).

Per questo ho sottoposto a ripetute analisi il sale preparato in varie condizioni, ed ho potuto così constatare che i miei risultati erano sempre sufficientemente concordanti fra loro e con quelli ottenuti la prima volta.

Preparazione I. — Si mescolò una soluzione di $CuSO_4 + 5H_2O$ al 69 ‰ con una di $N_2H_4 . H_2SO_4$ al 25 % in modo che l'idrazina non fosse in eccesso. Si raccolse e si lavò il precipitato accuratamente con acqua fredda. Dopo averlo spremuto ripetutamente fra carta bibula, lo si pose in essicatore su acido solforico.

1) gr. 0,4738 di sale diedero gr. 0,6696 di $BaSO_4$.
2) gr. 0,3804 di sale diedero gr. 0,5362 di $BaSO_4$.
3) gr. 2,0066 di sale diedero gr. 0,4876 di Cu O.

In cento parti:

	Trovato		
	1)	2)	3)
H_2SO_4	59,44	59,28	—
Cu	—	—	19,39

Preparazione II. — Fu ripetuta nelle condizioni precedenti ed il sale mantenuto nel vuoto sino a peso costante.

1) gr. 0,6141 di sale diedero gr. 0,8634 di $BaSO_4$.
2) gr. 0,7312 di sale diedero gr. 1,0346 di $BaSO_4$.
3) gr. 1,2778 di sale diedero gr. 0,3062 di Cu O.
4) gr. 1,8032 di sale diedero gr. 0,435 di Cu O.

(1) Th. Curtius und F. Schrader, *Metalldoppelsalze des Diammoniums und Diamids.* J. prakt. Chem. 50, pag. 322.

In cento parti:

	Trovato			
	1)	2)	3)	4)
H_2SO_4	59,13	59,51	—	—
Cu	—	—	19,12	19,25

Preparazione III. — Una soluzione contenente il 6 % di $CuSO_4 + 5H_2O$ venne trattata colla quantità necessaria di $N_2H_4 . H_2SO_4$ in soluzione al 6,5 ‰. Il precipitato dopo essere stato ripetutamente lavato con acqua bollente e per decantazione, fu raccolto e lavato di nuovo su filtro, pressato fra carta bibula ed asciugato all'aria.

Una parte di questo sale fu mantenuta in essicatore su acido solforico per circa due mesi, l'altra nel vuoto fino a costanza di peso.

Dalla prima porzione si ebbero i seguenti risultati:

1) gr. 0,2562 di sale diedero gr. 0,3638 di $BaSO_4$.
2) gr. 0,5556 di sale diedero gr. 0,7898 di $BaSO_4$.
3) gr. 0,7152 di sale diedero gr. 0,1722 di Cu O.
4) gr. 0,7912 di sale diedero gr. 0,1914 di Cu O.

In cento parti:

	Trovato			
	1)	2)	3)	4)
H_2SO_4	59,62	59,69	—	—
Cu	—	—	19,24	19,33

Dalla seconda porzione si ebbero i seguenti:

1) gr. 0,4992 di sale diedero gr. 0,7096 di $BaSO_4$.
2) gr. 0,8742 di sale diedero gr. 0,2120 di Cu O.

In cento parti:

	Trovato	
	1)	2)
H_2SO_4	59,66	—
Cu	—	19,37

Dalle analisi riportate emerge che, conformemente a quanto avevano già verificato il Curtius e lo Schrader, il variare della concentrazione delle soluzioni impiegate non influisce sulla composizione del sale risultante.

Peraltro le percentuali da me ottenute, in ispecial modo quelle dell'acido solforico, si discosterebbero da quelle che si calcolano in base alla formula di Curtius e Schrader

$$CuSO_4 . (N_2H_5)_2SO_4$$

per la quale si ha:

$$Cu = 19{,}70$$
$$H_2SO_4 = 61$$

ma sarebbero più in accordo coi calcolati corrispondenti ad una formula doppia con una molecola di acqua in più, cioè:

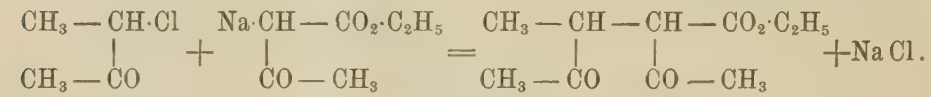
$$(CuSO_4(N_2H_5)_2\,SO_4)_2 + H_2O$$

per la quale si avrebbero le seguenti percentuali:

$$Cu = 19{,}16$$
$$H_2SO_4 = 59{,}34.$$

Chimica. — *Sulla sintesi del 2·3·5-trimetilpirrolo* (1). Nota di G. Korschun, presentata dal Socio G. Ciamician.

Facendo agire il metil-α-cloroetilchetone sull'etere sodioacetacetico si forma l'etere α-β-diaceto-n-butirrico (etere metilacetonilacetacetico).



Per azione dell'ammoniaca su questo composto, si produce l'etere dell'acido 2·3·5-trimetilpirrol-4-carbonico. Lo stesso etere pirrolico si forma anche col metodo di Hantzsch (2), cioè per azione dell'ammoniaca sopra la miscela di etere acetacetico e del metil-α-cloroetilchetone.

F. Feist (3) suppone che le sintesi pirroliche col metodo di Hantzsch si possano spiegare colla formazione intermediaria di composti di costituzione analoga a quello soprascritto (4).

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica Agraria della R. Università di Bologna.

(2) Ber. d. deutsch. Chem. Gesell. *23*, 1474 (1890).

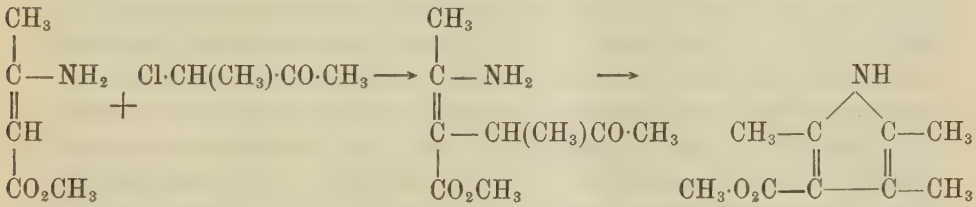
(3) Ibid. *35*, 1537 (1902).

(4) Io pure ero presso a poco di questa opinione. Ibid. *37*, 2197 (1904).

Però, facendo agire l'ammoniaca sopra una miscela dell'etere metilico dell'acido acetacetico e del metil-α-cloretilchetone, a freddo si forma solo l'etere metilico dell'acido β-amminocrotonico

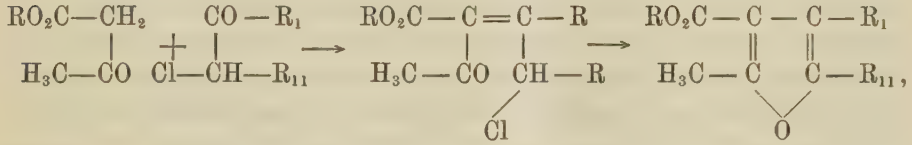
$$CH_3 \cdot C \cdot (NH_2) = CH \cdot CO_2CH_3 ;$$

e soltanto riscaldando la miscela si ottiene il derivato pirrolico corrispondente. Questo fatto non s'accorda colla ipotesi di F. Feist, giacchè non è probabile che l'etere amminocrotonico, per riscaldamento circa a 100° con ammoniaca, dia luogo alla formazione di etere acetacetico o eventualmente del corpo $CH_3 \cdot C(ONH_4) = CH \cdot CO_2 CH_3$. Di conseguenza la reazione deve essere spiegata collo schema di Hantzsch (1), che è il seguente:

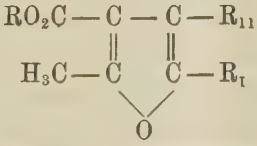


Anche impiegando l'etere etilico dell'acido acetacetico è necessario riscaldare coll'ammoniaca per avere buoni rendimenti di derivato pirrolico; è quindi probabile che anche in questo caso la formazione del derivato pirrolico avvenga secondo lo schema di Hantzsch.

Secondo le ricerche di F. Feist (2) era d'aspettarsi che nella sintesi col metodo di Hantzsch si formasse oltre al derivato pirrolico, anche il derivato furanico. I derivati furanici secondo G. Plancher e S. Albini (3) si formano secondo lo schema seguente:



mentre nella sintesi dall'etere sodioacetacetico ed un clorochetone si ottiene il derivato furanico



(1) Vedi anche M. Conrad e W. Epstein (Ber. d. deutsch. Chem. Gesell. *20*, 3052, (1887).) che hanno preparato una serie di derivati $CH_3 \cdot C(NH_2) = CR \cdot CO_2CH_3$ dal composto $CH_3 - C(NH_2) = CNa - CO_2 \cdot CH_3$ coi joduri alcoolici.

(2) Loco citato.

(3) Questi Rendiconti, vol. XIII, 1° sem. pag. 40.

In questo caso speciale essendo $R_I = R_{II} = CH_3$ i due derivati furanici sono identici. Siccome io spero in seguito di poter preparare più comodamente il furanderivato dall'etere diacetobutirrico, nel caso presente mi sono risparmiato il lavoro di isolarlo.

Saponificando l'etere trimetilpirrolcarbonico, si ottenne il 2·3·5-trimetilpirrolo.

Parte sperimentale.

L'etere diacetobutirrico fu preparato in modo analogo a quello con cui J. Ossipoff ed io ottenemmo l'etere diacetopropionico (1). Grammi 12,5 di sodio ($^1/_2$ grammimolecola) finamente tagliuzzato, posti nell'etere seccato sul sodio vennero trattati, agitando e riscaldando con apparecchio agitatore a ricadere (2), con 67 gr. (invece di gr. 65,5) di etere acetacetico. Compiutasi la reazione si aggiunse un eccesso (60 gr. invece di 52,75) di metil-α-cloretilchetone e si scaldò il liquido all'ebullizione per due giorni. Il prodotto della reazione fu lavato ripetutamente con acqua; lo strato etereo venne separato e seccato con solfato di magnesio calcinato. Dopo aver scacciato l'etere per distillazione, il residuo fu distillato a pressione ridotta, e fu così isolata una frazione, che bolliva entro pochi gradi.

Pel momento il prodotto non venne analizzato.

Il metil-α-cloretilchetone impiegato, era stato ottenuto col metodo Démètre-Vladesco, da me alquanto modificato (3): Il metiletilchetone raffreddato fortemente venne saturato con cloro secco fino a che l'aumento di peso del recipiente in cui era contenuto, e di quello in cui si faceva assorbire dall'acqua distillata l'acido cloridrico svoltosi, raggiungeva l'80 % del peso del chetone impiegato. Contemporaneamente al cloro e per lo stesso tubo adduttore, si faceva passare una corrente secca di anidride carbonica per asportare l'acido cloridrico. Il prodotto, lavato ripetutamente con acqua, che ne asporta il chetone inalterato, fu seccato, e distillato due volte a pressione ridotta con un deflegmatore molto attivo. Il clorochetone bolle a 26° a 18 mm., a 32° a 40 mm. e a 116° a 770 mm. di pressione. Si ottiene il 55 % del rendimento teorico.

L'etere diacetobutirrico preparato nel modo sopradetto reagisce lentamente coll'ammoniaca. Solo dopo averlo lasciato per giorni e giorni in contatto con ammoniaca acquosa, si separa il derivato in forma cristallina. Scaldandolo invece leggermente, tutta la massa oleosa in breve tempo si fa solida. Il corpo gialliccio, cristallino, così ottenuto, viene cristallizzato tre volte dall'alcool diluito ed altrettante dall'etere di petrolio, dopo di che si

(1) Journ. russ. phys-chem. Ges. 35,635; Chem. Central-Blatt. (1903), II, 1281.
(2) G. Plancher, Gazz. Chim. It., XXXIII-1-512.
(3) Bull. Soc. chim. de Paris, 3me Serie, *76*, 404, 807 (1891).

presenta in una massa filamentosa di cristalli aghiformi. Fonde a 101,5°-102,5°.

Grammi 0,2026 di sostanza diedero gr. 0,4914 di CO_2 e gr. 0,1546 di H_2O
» 0,2812 » » cc. 18,8 di N a 11° e 758 mm.

$C_{10}H_{15}NO_2$ Calcolato % C — 66,23 ; H — 8,36 ; N — 7,75
Trovato » » — 66,15 ; » — 8,48 ; » — 7,93

È poco solubile in acqua, alquanto in ligroino ed etere di petrolio; negli altri solventi comuni è assai solubile. È volatile al vapore d'acqua, e scaldato con calce viva dà dei vapori che arrossano in modo ben distinto il fuscello di abete intriso in acido cloridrico.

Per ottenere lo stesso derivato col metodo di Hantzsch ho operato nel modo seguente: Quantità equimolecolari del clorochetone e di etere acetacetico vengono posti con dell'ammoniaca acquosa satura in un ampio pallone e riscaldati a ricadere per circa un'ora in corrente di ammoniaca gassosa; bisogna fare attenzione che il derivato pirrolico, che viene formandosi e viene trasportato dai vapori, non ostruisca la canna del refrigerante. Raffreddandosi, la massa oleosa diventa cristallina e dalla soluzione acquosa sottostante si separano pure dei cristalli. La massa bruna cristallina viene separata per filtrazione e distesa su piastre porose per separarla dall'olio di cui è intrisa. Quindi, viene cristallizzata dall'etere di petrolio. Si ottiene il 26 % e più del rendimento teorico. Quando la massa oleosa, in operazioni mal riuscite, non diventa cristallina nemmeno dopo lungo riscaldamento, si distilla al vapor d'acqua fino a chè nella canna del refrigerante comincia a solidificarsi della sostanza. A questo punto il contenuto del pallone, raffreddato, si solidifica e lo si può purificare come è detto sopra.

Agitando una miscela dell'etere metilico dell'acido acetacetico con metil-α-cloretilchetone ed ammoniaca acquosa, il liquido si riscalda e per raffreddamento depone dei grossi cristalli, che allo stato greggio danno, appena distinta, la reazione del fuscello d'abete. Cristallizzati due volte dall'etere di petrolio fondono a 82°-84°.

Gr: 0,1538 di sostanza diedero gr. 0,0992 di H_2O e gr. 0,2622 di CO_2
» 0,1494 » » » 0,1040 » » 0,2890 »
» 0,1422 » » » 0,0988 » » 0,2752 »
» 0,1607 » » cc. 16,5 di N a 7° e 761 mm. (13°)
» 0,2450 » » » 24,9 » a 7° e 765 mm. (13°)

$C_5H_9NO_2$ Calcolato % C — 52,12 H — 7,90

Trovato » » 52,65 ; 52,76 ; 52,78. » 8,11 ; 7,74 ; 7,72.
N — 12,19
» 12,39 ; 12,31.

Dai risultati analitici e dal punto di fusione si deduce che la sostanza è l'etere metilico dell'acido β-amminocrotonico probabilmente commisto a piccole quantità di derivato pirrolico.

Se invece la miscela dell'etere metilico dell'acido acetacetico e del clorochetone coll'ammoniaca, viene scaldata in corrente di ammoniaca, nel modo anzidetto, la reazione conduce al derivato pirrolico corrispondente. In questo caso per avere un derivato cristallizzabile, ho dovuto ricorrere alla distillazione col vapor d'acqua, essendo riuscite insufficienti le piastre assorbenti di porcellana. Cristallizzato ripetutamente dall'alcool diluito, fonde a 125°-126°. All'analisi corrisponde all'etere metilico dell'acido trimetilpirrolcarbonico

Gr. 0,2343 di sostanza diedero gr. 0,5562 di CO_2 e gr. 0,1710 di H_2O
» 0,3037 » » cc. 21,1 di N a 11° e 771 mm. (15°).

$C_9 H_{13} N$ Calcolato % C — 64,61 ; H — 7,85 ; N — 8,46
Trovato » — 64,74 ; » — 8,11 ; » — 8,37

La sostanza è quasi insolubile in ligroino, etere di petrolio ed acqua, molto solubile negli altri solventi.

L'etere etilico dell'acido 2·3·5-trimetilpirrol-4-carbonico non si saponifica che in minima parte con potassa alcoolica bollente, perciò si tentò di saponificarlo in tubi chiusi. Al di sotto di 110° sembra che la sostanza non venga attaccata; sopra questa temperatura viene, benchè lentamente, saponificata. Fu scaldata per 50 ore a 120°-125°; anche dopo questo trattamento restano piccole porzioni di etere non saponificato.

L'acido, che così si forma, a queste temperature non è stabile ed elimina anidride carbonica. Perciò si ottiene, in sua vece, il trimetilpirrolo libero; per separare il quale si opera nel seguente modo: Si diluisce il contenuto dei tubi con tre volumi di acqua con che si separò uno strato oleoso ed un precipitato cristallino. Lo strato oleoso fu separato, e quello acquoso, dopo filtrazione dei cristalli, estratto con etere. L'estratto etereo unito all'olio separato come in seguito frazionato con deflegmatore a pressione ridotta, ed indi a pressione ordinaria in corrente lenta di idrogeno secco. Passò sotto forma di olio quasi incoloro a 180° e 768 mm. (12°); a 14-15 mm. bolle a 75°-76°.

Gr. 0,1528 di sostanza diedero gr. 0,4302 di CO_2 e gr. 0,1423 di H_2O
» 0,1615 » » cc. 17,2 di N a 11° e 771 mm. (13°)

$C_7 H_{11} N$ Calcolato % C — 76,96 ; H — 10,21 ; N — 12,85
Trovato » — 76,78 ; » — 10,35 ; » — 12,81.

Il rendimento è piuttosto scarso giacchè nella saponificazione avviene una considerevole resinificazione.

Il 2·3·5-trimetilpirrolo da me ottenuto è il primo C-trimetilpirrolo ben conosciuto. Ciamician e Dennstedt ([1]) hanno isolato dall'olio animale di Dippel una miscela di omologhi del pirrolo che corrispondono alla composizione del trimetilpirrolo, ma non poterono separarne i singoli isomeri. Anche L. Knorr ([2]) distillando a secco l'acido 2-5-dimetilpirrol-4-carbon-3-acetico, ottenne un olio rosso, che ha le proprietà degli omologhi del pirrolo ed è probabilmente il 2·3·5-trimetilpirrolo; però non potè nè purificarlo, nè farne l'analisi.

Fisiologia vegetale. — *Sull'accrescimento in grossezza delle foglie persistenti di alcune Conifere.* Nota preventiva del dott. Domenico Di Pergola, presentata dal Socio R. Pirotta.

Per la mia tesi di laurea eseguita nell'Istituto Botanico diretto dal prof. R. Pirotta ho iniziata una serie di osservazioni intorno ai cambiamenti che avvengono nella struttura delle foglie delle piante sempre verdi, collo scopo principale di conoscere quali rapporti esistano fra questi cambiamenti e l'età della foglia.

Rivolsi anzitutto la mia attenzione al gruppo delle Conifere, tra le quali ho potuto esaminare esemplari adulti di specie, le foglie delle quali durano in vita da tre a quindici anni, e precisamente:

Torreya californica (Torr.) della famiglia *Taxaceae*, con foglie di uno a tre anni.

Podocarpus nereifolia D. Don, della famiglia *Taxaceae*, con foglie di uno a quattro anni.

Dammara australis Lamb., della famiglia *Araucariaceae* con foglie di uno a dodici anni, e

Araucaria Bidwillii Hook. pure della famiglia *Araucariaceae*, con foglie da uno a quindici anni.

Procedendo allo studio comparativo delle foglie di uno stesso ramo nei diversi individui della medesima specie che ebbi a mia disposizione, ho potuto constatare che *ha sempre luogo un aumento nello spessore della foglia e che esso è graduale dal primo agli ultimi anni.*

Siffatto aumento di spessore è dovuto a due ordini di cause, cioè:

1° *ad aumento nel numero* degli elementi istologici;

2° *ad accrescimento notevole in lunghezza delle cellule del tessuto a palizzata*, che si mantiene sempre invariato per il numero delle cellule.

([1]) Ber. der deutsch. Chem. Gesell. *14*, 1338 (1881).

([2]) Ibid. *19*, 49 (1886).

L'aumento nel numero degli elementi col volgere degli anni è già stato osservato, ed io mi limito a questo riguardo ad accennare ora che l'ho constatato nel fascio sia nella porzione vascolare che nella cribrosa e nei suoi tessuti meccanici, e nell'ipoderma (1).

Voglio invece fermarmi ora particolarmente sul mesofillo e specialmente sul tessuto a palizzata. Questo forma nelle specie da me studiate una o due serie di cellule, la quali si mantengono uniche o doppie anche nelle foglie che raggiungono una considerevole età, cioè, nelle mie osservazioni, fino a quindici anni. Però queste uniche o doppie serie di cellule coll'aumentare degli anni, aumentano di spessore, perchè le singole cellule che le costuitiscono, si allungano man mano aumentano gli anni, cosicchè ad es. in una foglia di *Araucaria Bidwillii* di quindici anni lo spessore dello strato formato dal tessuto a palizzata diventa circa tre volte lo spessore dello strato della foglia di un anno.

Mentre mi riservo di esporre in modo particolareggiato come le cose procedono nelle piante da me studiate, mi limito ora a registrare alcuni dati di fatto principali.

Torreya californica (Torr.).

1° anno. Il tessuto a palizzata è differenziato in due serie.

3° anno. Le cellule del tessuto a palizzata subiscono un forte aumento in lunghezza, mantenendosi il tessuto sempre costituito di due serie.

1° anno.	Spessore del tessuto a palizzata	mm.	0,985
3° anno.	Spessore del tessuto a palizzata	»	1,152
	Aumento	»	0,167

Podocarpus nereifolia Don.

1° anno. Il tessuto a palizzata è costituito da una sola serie di cellule.

4° anno. Il tessuto a palizzata conserva unica la serie delle cellule, che però crescono nel senso della loro lunghezza.

1° anno.	Spessore del tessuto a palizzata	mm.	0,952
4° anno.	Spessore del tessuto a palizzata	»	1,018
	Aumento	»	0,066

Dammara australis Lamb.

1° anno. Cellule del tessuto a palizzata in una sola serie.

(1) Le particolarità anatomiche e istologiche saranno descritte e illustrate da disegni nel lavoro che verrà pubblicato negli *Annali di Botanica* del prof. R. Pirotta.

7° anno. Conservasi unica la serie del tessuto a palizzata, ma le cellule aumentano in lunghezza.

12° anno. Si conserva unica la serie delle cellule, ma continua l'accrescimento in lunghezza fino a raggiungere circa il doppio di quella del primo anno.

1° anno. Spessore del tessuto a palizzata	mm.	0,417
7° anno. Spessore del tessuto a palizzata	»	0,734
12° anno. Spessore del tessuto a palizzata	»	0,751
Aumento	»	0,334

Araucaria Bidwillii Hook.

1° anno. Cellule del tessuto a palizzata brevi, in una serie unica.

3° anno. Le cellule si mantengono in una serie unica, ma crescono quasi del doppio in lunghezza.

10° anno. Persiste l'unica serie di cellule, e continua l'aumento in lunghezza.

15° anno. La unica serie rimane, ma continua a crescere in lunghezza fino a raggiungere quasi tre volte quella delle cellule del primo anno.

1° anno. Spessore del tessuto a palizzata	mm.	0,367
5° anno. Spessore del tessuto a palizzata	»	0,601
10° anno. Spessore del tessuto a palizzata	»	0,885
15° anno. Spessore del tessuto a palizzata	»	1,119
Aumento	»	0,752

Appare dunque evidente da quanto precede, che l'aumento nello spessore della foglia delle Conifere ricordate, si deve essenzialmente *ad un lungo e duraturo accrescimento degli elementi primarii costituenti il tessuto a palizzata.*

Patologia vegetale. — *Ulteriori ricerche sopra i batteri che si trovano nell' intestino della larva della Mosca olearia.* Nota di L. Petri, presentata dal Corrispondente Cuboni.

In una Nota precedente (1) ho già riferito sopra la presenza costante di un batterio nei quattro ciechi proventricolari della larva del *Dacus Oleae*, riassumo ora brevemente i resultati principali delle ricerche (2) istituite per

(1) *Sopra la particolare localizzazione di una colonia batterica nel tubo digerente della larva della Mosca olearia* (Rend. Acc. Lincei, vol. XIII, 2° sem. 1904).

(2) La descrizione dettagliata di queste ricerche verrà pubblicata insieme alla parte riguardante altri rapporti che intercedono fra i diversi stadî del ciclo biologico della Mosca e i batteri in questione.

determinare i caratteri colturali, il riferimento sistematico e l'attività metabolica di questi batteri in relazione alla biologia della larva stessa e più particolarmente in rapporto a una funzione digestiva che questi microorganismi eventualmente potessero compiere, mancando, come dimostra l'osservazione diretta, qualsiasi conseguenza patologica di questo loro enorme accumulo nel tubo digerente.

Caratteri colturali. — Questi batteri sono coltivabili sopra i terreni ordinari per aerobî, le colture per anaerobî fatte da diluizioni del contenuto dei ciechi gastrici sono restate sempre sterili. Le colonie che si ottengono sopra agar-agar peptonizzata dopo 15-24 ore a 30° C. sono a contorno circolare e intero, salienti, di 1 mm. al massimo di diametro, gialle ocracee, sempre provviste di un conglomerato centrale costituito da elementi capsulati che dopo 4-6 giorni si mostrano per lo più straordinariamente moltiplicati e riuniti in zone concentriche, più o meno regolari, limitate verso l'esterno da bacilli mobili; le capsule però che si formano successivamene con lo svilupparsi delle colonie hanno origine indipendentemente dagli elementi capsulati centrali; il periodo d'incapsulamento s'intercala con ritmo regolare alle ordinarie generazioni di batteri liberi.

Lo sviluppo su gelatina è assai lento, la gelatina è poi liquefatta. I caratteri presentati dalle colonie sopra agar-agar costituiscono una nota diagnostica sicurissima; è per questo che nel presente riassunto tralascio la descrizione degli altri caratteri colturali. Le colonie gialle sono formate da un bacillo assai corto d'aspetto quasi cocciforme (μ 1 - 1,5 × 0,5 - 0,75), la sua lunghezza sopra i terreni ordinari non è che un quarto circa di quella che esso presenta sotto l'influenza di un nutrimento costituito essenzialmente da sostanze grasse, un tale allungamento subisce pure nell'intestino della larva.

Gli elementi mobili presentano, coloriti col metodo di Van Ermengem (1), cinque lunghe ciglia disposte ugualmente intorno al corpo. Il pigmento giallo non è solubile, esso fa parte integrante della membrana cellulare.

Riferimento sistematico. — La presenza di capsule voluminose racchiudenti uno o, più frequentemente, un numero grande di batteri, talvolta paragonabili a vere zoogloee, fa riportare questo microorganismo a quel gruppo di bacilli capsulati per i quali Babes aveva stabilito il genere *Ascobacterium* (2); nel qual gruppo attualmente si conoscono, oltre la specie descritta da questo autore, il *Bacillus citreus* Eisenberg (3) (*Ascobacillus citreus* Unna

(1) Cfr. W. Kuntze, *Einige Bemerkungen über die Färbung der Geisseln, besonders über das Verfahren von van Ermengem.* (Centrbl. f. Bakt. I Abt. Bd. XXXII, 1902, pag. 555).

(2) Cornil et Babes, *Les Bactéries*, 3e édit., 1890.

(3) Bakt. Diagnostik, 3 Aufl. 1891, pag. 73. Migula, *System der Bakterien*, 1900, pag. 842.

e Tommasoli), il *Bacillus capsulatus roseus* Ajtay e il *B. capsulatus Trifolii* Petri (1).

Il bacillo isolato dalla larva della mosca olearia è da riportarsi a quest'ultima specie, i caratteri morfologici e colturali della quale ho già lungamente descritto nel lavoro citato e che coincidono quasi totalmente con quelli dell'*Ascobacterium luteum* e con quelli del *Bacillus citreus*; con ogni probabilità si tratta di varietà o semplicemente di forme della specie primieramente studiata da Babes.

È un bacillo molto comune nei terreni ricchi di sostanze umiche, si trova costantemente nel suolo degli oliveti ed è stato isolato anche dalla corteccia dei rami delle stesse piante di olivo (2); non l'ho mai potuto trovare nel pericarpio delle olive sia sane che attaccate dalla larva, nei casi d'incrisalidamento nel frutto stesso però questo bacillo si può ritrovare nella galleria scavata dalla larva come un prodotto dell'escrezione effettuata alla fine del periodo larvale. Il pericarpio dell'oliva non costituisce un terreno favorevole allo sviluppo del bacillo, degenerandovi molto presto per l'acidità che sopravviene. Nei periodi larvali che ho potuto esaminare esso non è mai ingerito insieme al nutrimento.

Le larve della lunghezza di 1 ½ mm. mostrano gia i quattro ciechi completamente pieni di bacilli racchiusi nell'intima intestinale. È degno di nota che questo accumulo di batteri costituisce circa un decimo del volume totale del corpo della larva, ed è pure degno di nota il fatto della loro localizzazione in una regione dell'intestino eminentemente ghiandolare.

D'altra parte la loro omogenea e forte colorabilità coi reattivi coloranti in tali condizioni di vita e i resultati colturali (3) dimostrano che nei ciechi proventricolari non avviene mai una batteriolisi. Il polimorfismo che si osserva nei terreni colturali vien mostrato dal bacillo anche nella sua vita intraintestinale, le capsule si formano sempre in seguito ad arresto nell'alimentazione della larva per cause patogene indipendenti dalla presenza dei batteri.

Prima d'incrisalidarsi la larva si svuota completamente di questi ultimi. Le piastre inoculate con le diluizioni dei prodotti d'istolisi della ninfa sono restate sempre sterili, egual resultato hanno dato diluizioni derivate dagli organi genitali e dall'intestino dell'insetto perfetto. L'analisi batteriologica venne fatta però nel mese di dicembre e le mosche femmine esaminate erano prive di uova; se quest'ultime contengano già i bacilli della larva, sarà oggetto di ulteriori ricerche.

(1) *Di un nuovo bacillo capsulato e del significato biologico delle capsule.* Nuovo Giorn. Bot. It., vol. X, 1903.

(2) Per cortese comunicazione del dott. R. Schiff-Giorgini.

(3) Le piastre corrispondenti alla 3ª diluizione di una parte del contenuto delle tasche gastriche dànno comunemente 20 colonie del B. capsulato per cm². senza alcuna impurità.

Attività metabolica del bacillo. — Per ossidazione delle sostanze idrocarbonate produce grandi quantità di acido ossalico, non riduce la laccamuffa, nè produce indolo. È un acidificante assai energico, ma neutralizzando gli acidi man mano che vanno formandosi, si può porre in evidenza una minima quantità di ammoniaca nelle colture liquide di peptone di carne. Nel periodo d'incapsulamento produce una sostanza di consistenza mucillagginosa che ha le proprietà della mucina e della pectina. La sua resistenza agli acidi è debolissima; basta il 0,01 % di acido tartarico per arrestarne o impedirne qualsiai sviluppo. La sua resistenza agli acidi grassi è molto più grande.

Secerne un enzima proteolitico disciogliente la gelatina e peptonizzante il latte.

Le ricerche fatte per stabilire la sua azione sopra l'olio di oliva hanno condotto ai seguenti risultati. Colture in una soluzione di questa composizione:

Peptone secco di carne	gr.	1
Cloruro di sodio	»	1
Acqua distillata	»	100

a cui viene aggiunto il 3 % di olio di oliva e un'opportuna quantità di carbonato di calcio precipitato, al 5° o 6° giorno presentano l'olio d'aspetto schiumoso facilmente divisibile in goccie che gradatamente si trasformano in grumi irregolari, bianchi che al 12° o 15° giorno cadono al fondo. Il liquido colturale è ora limpido, i batteri trovandosi totalmente accumulati sopra le goccie d'olio.

L'analisi delle colture fatta secondo il metodo indicato da Schreiber [1] permette di stabilire alcuni dati importanti; riporto qui sotto due dei resultati ottenuti, che possono essere considerati come termini estremi di una stessa serie.

Durata dell'esperienza	Olio prima dell'esperienza			Olio dopo l'esperienza			
	Olio neutro	Acidi grassi liberi	Somma	Olio neutro	Acidi grassi liberi e fissati	Somma	Olio distrutto
	grammi	grammi	grammi	grammi	grammi	grammi	grammi
12 giorni . . .	3,98520	0,06480	4,05000	3,41480	0,62040	4,03520	0,01480
40 giorni . . .	4,47720	0,07280	4,55000	0,49520	1,41000	1,90520	2,64480

Da questa tabella si rileva che lo sdoppiamento del trigliceride non è proporzionale alla quantità della sostanza grassa riassorbita per parte del bacillo; infatti il tenore in acidi grassi liberi dopo i primi 12 giorni sale da 1,60 % a circa il 15 % corrispondentemente a una distruzione di olio del 0,36 %, mentre dopo 44 giorni gli acidi grassi liberi rappresentano

(1) Schreiber K., *Fettzersetzung durch Mikrorganismen* (Archiv für Hygiene, 1902, pag. 328).

il 74 % in peso dell'olio rimasto, e quello distrutto è il 58 % di quello primitivo. Questi dati fanno supporre che l'azione lipolitica dei batteri si effettui per mezzo della secrezione di un ectoenzima diffondentesi nel liquido colturale. Infatti quest'ultimo, filtrato e messo a contatto di monobutirrina, mostra un potere lipolitico assai energico, con un *optimum* d'azione a 58°-60° C. A 80° C. cessa qualsiasi produzione di acido butirrico. Il liquido colturale filtrato e bollito non agisce sopra la monobutirrina.

La curva d'azione seguìta per 36 ore ha un andamento che coincide con quello di una logaritmica, essa segue quindi la legge degli enzimi in generale, e in particolare coincide coi dati ottenuti da Hanriot (1) con le lipasi estratta dal siero del sangue e dal succo pancreatico.

Quest'azione idrolizzante dei batteri sopra l'olio d'oliva scomparisce negli individui delle vecchie colture; in tal caso si ottiene un emulsionamento costante e l'olio prende l'aspetto di un latte. Quest'azione emulsiva non è di natura lipolitica, piuttosto è da riportarsi alla produzione di minime quantità di ammoniaca.

L'analisi fatta di una delle colture ha dato questi resultati:

Durata dell'esperienza	Olio prima dell'esperienza			Olio dopo l'esperienza			
	Olio neutro	Acidi grassi liberi	Somma	Olio neutro	Acidi grassi liberi e fissati	Somma	Olio distrutto
	grammi	grammi	grammi	grammi	grammi	grammi	grammi
30 giorni. . .	2,98644	0,04856	3,03500	2,91520	0,11280	3,02800	0,00700

La quantità d'olio distrutto rientra negli errori d'analisi.

L'azione lipolitica dedotta dal tenore di acidi grassi posti in libertà alla fine dell'esperienza è minima; il liquido colturale filtrato non ha azione apprezzabile sulla monobutirrina. I processi di antolisi secondo il metodo di Levy e Pfersdorff (2) dànno un prodotto con lieve potere idrolizzante; la presenza di un ectoenzima venne ancora dimostrata col metodo colturale di Eijkmann (3).

Il valore dell'azione lipolitica dei batteri studiati da Rubner (4) e da Schreiber è assai inferiore a quello raggiunto dal bacillo della Mosca olearia, come si può facilmente assicurarsene confrontando la prima tabella con quelle date da Shreiber per specie isolate del terreno. Ma il fatto importante e per quanto io sappia posto in luce per la prima volta, è la secrezione abbondante di una lipasi da parte di batteri. Questo fatto posto in relazione all'altro,

(1) Soc. de Biologie, 1896, 97.
(2) Centralbl. für Bakl. (I) Bd. 29 pag. 841.
(3) Deutsche med. Wochenschr. Bd. 28.
(4) Archiv für Hygiene Bd. 38.

cioè della localizzazione di questi microrganismi nell'intestino della larva della Mosca olearia il cui nutrimento è costituito in gran parte da sostanze grasse, fa credere che fra larva e batteri esista un rapporto simbiotico basato sulle proprietà metaboliche supplementarie dei due organismi. Per quanto alcuni dei resultati ai quali sono giunto facciano ritenere probabile una tale conclusione, la dimostrazione ne sarà possibile soltanto con ulteriori ricerche ora in corso.

Patologia vegetale. — *Intorno alla malattia del Riso detta Brusone*. Nota del dott. Ugo Brizi, presentata dal Corrispondente G. Cuboni.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisiologia. — *Sui disegni cutanei dei vertebrati in rapporto alla dottrina segmentale* (1). Nota preliminare del dott. G. van Rynberk, presentata dal Socio L. Luciani.

L'importanza dello studio dei disegni risultanti dalla varia pigmentazione della cute e delle appendici cutanee degli animali, è stata già riconosciuta da Charles Darwin (2), e dopo di questi da A. Weisman. Essi consideravano i disegni cutanei specialmente come fenomeni d'ordine biologico generale e come interessanti esponenti dell'evoluzione morfologica delle specie. Ma Teodoro Eimer è stato il primo a dedicare ai disegni cutanei una serie di ricerche apposite e sistematiche in base alle quali egli ha potuto formulare un corpo di dottrine riguardanti il significato biologico e l'evoluzione filogenetica dei disegni nelle più svariate classi d'animali. Nei suoi numerosissimi lavori sull'argomento egli emise una tesi assai attraente sull'ufficio protettivo dei disegni in rapporto a determinate condizioni dell'ambiente e specialmente in rapporto alla natura della vegetazione. Poi fissò e descrisse i quattro tipi principali del disegno e stabilì alcune leggi sull'evoluzione di questi tipi in rapporto all'evoluzione delle condizioni primitive della vegetazione paleofitica. Queste leggi, desunte da confronti filogenetici, cercò poi di mostrar esatte anche in base agli elementi d'osservazione forniti dal ciclo ontogenetico percorso in diverse specie animali dalla pigmentazione cutanea. Qui non posso dilungarmi sulle dottrine dell'ortogenesi, della genepistasi ecc. che Eimer emise e trattò specialmente in base ai suoi studî sui disegni ed

(1) Lavoro eseguito dall'Istituto Fisiologico della R. Università di Roma.
(2) La bibliografia verrà data per esteso nel lavoro completo.

in prima linea su quelli delle farfalle. Mi limito a ricordarle ed a rilevare che tutta una serie d'autori posteriori affrontarono sulle traccie di Eimer i problemi svariati e profondi da lui per primo delineati. Fra questi sono da nominarsi tre suoi allievi: Maria von Linden, Jonathan Zenneck e C. Fickert, poi Franz Werner, L. Kerschner, A. Sokolowsky, H. Gadow, G. Tornier.

Tutta questa scuola però ha lavorato sui disegni cutanei dal punto di vista della dottrina filogenetica e della sistematica zoologica. In gran parte indipendenti dai precedenti, altri invece studiarono con indirizzo diverso il determinismo diretto, morfologico e funzionale che regola la configurazione a disegno del pigmento cutaneo. Primo tra questi diede un importante contributo l'americano Harrison Allen, che indicò un gran numero di curiose correlazioni tra le peculiari condizioni di determinate regioni della cute (spazi intermuscolari, decorso di nervi, zone ricche di glandole sebacee ecc.) e la frequente localizzazione di speciali pigmentazioni e pelosità. Altri, come Jacques Loeb e Zenneck, credettero poter dimostrare l'esistenza d'un rapporto tra la distribuzione dei vasi sanguigni embrionali ed il depositarsi di pigmento in speciali zone di cute. A Graf, in alcune specie d'irudinee, dimostrò che la configurazione delle strie di pigmento corrisponde in quelle forme agli spazi intermusculari. Tornier, in un ampio lavoro sugli amfibi, crede poter escludere che vasi o nervi abbiano alcuna importanza nella configurazione a disegno del pigmento cutaneo. Io, in un lavoro sui pescicani (*Scyllium Catulus* e *Sc. Canicula*) credetti poter dimostrare che la disposizione e l'estensione delle strie trasversali scure presentate da quegli animali, corrispondano a dei gruppi di metameri cutanei più pigmentati dei rimanenti.

A questo punto stava il problema del determinismo morfologico e fisiologico dei disegni cutanei. Come si vede le poche ricerche relative discordano pienamente nei loro risultati, cosicchè l'aver io ripreso la questione mi sembra *a priori* giustificato.

L'importanza dei rapporti tra il sistema nervoso e la pigmentazione cutanea si è andata affermando sempre più negli ultimi decenni. Ricordo qui soltanto gli esperimenti antichi di G. Pouchet sull'ufficio regolatore esercitato dal sistema nervoso sul pigmento cutaneo di svariate specie animali, e la polemica che seguì la loro pubblicazione. Ricordo ancora le osservazioni di casi di precoce canizie intervenuta nel volgere di poche ore in persone sane in seguito ad acuti patemi d'animo. Oltre a ciò la dermatologia (Blaschko) e la neuropatologia (Head) hanno accumulato le prove dimostranti l'influenza esercitata dal sistema nervoso sul trofismo cutaneo. Finalmente l'istologia ha scoperto la ricchezza in fibre nervose delle cellule pigmentate nella cute, specialmente dei pesci. Tutto ciò rendeva razionale una ricerca intesa a verificare se i rapporti tra sistema nervoso e trofismo cutaneo si manifestano anche nella configurazione a disegno del pigmento.

Preludendo a quanto esporrò in appresso, dirò già fin d'ora che io credo d'aver potuto mettere in evidenza che le linee generali della distribuzione del pigmento cutaneo presentano in una serie di casi delle peculiarità del tutto simili a quelle della innervazione segmentale (metamerica) della cute. La corrispondenza in alcuni di questi casi è tanto grande che si impone logicamente la necessità d'ammettere l'esistenza d'un nesso causale tra i due ordini di fatti, nel senso che la distribuzione del pigmento cutaneo è regolata dal sistema nervoso centrale (radici e segmenti spinali, gangli intervertebrali e della catena del G. simpatico, nervi encefalici e loro nuclei e gangli).

Per dimostrare che realmente lo schema fondamentale della pigmentazione cutanea è in molti casi l'espressione delle peculiarità topografiche e funzionali della innervazione metamerica della cute, è indispensabile riassumere almeno in brevi parole il complesso delle nostre cognizioni attuali su quest'argomento, perchè risultanti da ricerche in parte assai recenti e non molto conosciute.

L'innervazione metamerica, radicolare, spinale o segmentale della cute risulta dalla distribuzione seriale in essa delle fibre afferenti (sensitive), dei gangli intervertebrali (e delle radici posteriori) e delle fibre efferenti (pilomotrici vasomotrici, secretrici ecc.), dei gangli della catena del G. simpatico (delle radici anteriori e dei segmenti spinali). Queste fibre si recano ad innervare rispettivamente delle aree cutanee continue, disposte serialmente in correlazione all'ordinamento seriale metamerico dei segmenti, delle radici, dei gangli e dei nervi spinali. La topografia delle aree innervate dai gangli intervertebrali (radici posteriori), i cosidetti « dermatomi » (Kollmann e Bolk) è in massima uguale a quelle delle aree dipendenti dai gangli simpatici corrispondenti, ma quelle sono assai più estese di queste (Langley, Sherrington). Sul collo, sul tronco e sulla coda i dermatomi assumono la forma di bande circolari che fasciano il corpo dalla linea mediana dorsale a quella mediana ventrale, in modo che il loro asse dorso-ventrale giace presso a poco perpendicolare all'asse longitudinale del corpo. Sulle estremità la disposizione dei dermatomi è alquanto diversa; essi sono « migrati » dal tronco sull'arto ed hanno perduto il contatto colle linee mediane dorsale e ventrale. Invece si stendono tra due linee equivalenti a quelle: le due linee assiali degli arti (Sherrington), le quali giacciono sulla faccia dorsale e ventrale d'essi, decorrenti perpendicolari all'asse longitudinale del corpo, dalla base degli arti fin verso il loro apice. L'ordinamento seriale dei dermatomi è mantenuto lungo queste linee assiali. Da quanto precede appare che sul collo, sul tronco e sulla coda i confini tra due dermatomi immediatamente successivi nell'ordine seriale sono costituiti da linee semi-circolari che a due a due cingono il corpo. Sugli arti invece da linee semi-circolari che dalla linea assiale dorsale vanno a quella ventrale dell'arto. Sul collo e sul tronco le linee mediane dorsale e ventrale rappresentano i confini tra i dermatomi di destra e di sinistra. Sugli arti invece le linee

assiali separano dermatomi non immediatamente successivi nell'ordine seriale (limiti di differenziazione di Bolk). Questi confini non hanno però nulla di assoluto perchè i dermatomi si ricoprono reciprocamente in parte (Eckhard, Sherrington) sicchè tutt'al più si può parlare di *confini medî* dei dermatomi.

Fin qui alcuni dati generici sulla disposizione dei dermatomi. In quanto alla peculiarità funzionale di queste unità metameriche, è da rilevarsi quanto segue. Per studiare il modo di funzionamento intimo delle unità metameriche si segue il metodo dell'« isolamento » d'un dermatoma: si tagliano cioè tre o quattro radici posteriori cranialmente ed altrettante caudalmente ad una, la cui area di distribuzione si vuole studiare (metodo della *sensibilità persistente*, Sherrington). Sulla cute si ottiene allora un'area ove la sensibilità persiste, circondata da aree insensibili. L'area sensibile è il dermatoma isolato che corrisponde alla radice lasciata intatta; le aree insensibili corrispondono alle radici tagliate. Una lunga serie di ricerche del neurologo d'Amsterdam, Winkler, alle quali ho avuto l'onore d'esser stato associato, ha messo a profitto questo metodo per studiare le peculiarità dell'innervazione centrale nei singoli dermatomi. La prima e più importante conclusione alla quale noi siamo arrivati in quello studio, è che l'estensione e la forma dell'area sensibile isolata nei mammiferi non corrisponde mai del tutto alla forma ed all'estensione che il dermatoma reale possiede secondo le ricerche anatomiche sull'uomo (Bolk) e secondo quelle sperimentali sul pescecane (Van Rynberk). Ciò ne condusse a contradistinguere nel dermatoma un'*area centrale* la quale è rappresentata dall'area sensibile isolata, ed una *zona marginale* rappresentata dal resto del dematoma divenuto insensibile. La seconda conclusione nostra fu che l'estensione e la forma dell'area centrale isolata dipendono da due fattori: dalla maggiore o minore conducibilità rimasta alla radice isolata dopo il trauma operatorio (fattore incostante), e dalle peculiari condizioni dell'innervazione periferica costituite dal numero, decorso e lunghezza dei rami nervosi cutanei (fattore costante in ogni specie animale). I particolari di questa conclusione si possono formulare come segue:

1. L'area centrale assume varia forma ed estensione a seconda dell'intensità dell'innervazione radicolare isolata. [Trauma della radice — caricatura del dermatoma (Winkler)].

2. Le caricature del dermatoma possono consistere in un graduale restringimento od in una frammentazione dell'area centrale.

3. Il numero di frammenti corrisponde al numero dei rami nervosi cutanei destinati ad un dermatoma, che si staccano dal nervo misto.

4. In ogni frammento esiste un massimo d'innervazione che corrisponde al punto ove il ramo nervoso cutaneo perfora la fascia e penetra nel sottocutaneo. (Nel cane vi sono tre di questi massimi: uno ventrale, uno laterale, ed uno dorsale il quale è il più forte di tutti).

5. L'esistenza di questi « massimi » è l'espressione della legge generale che in un territorio cutaneo sensibile i punti più lontani del centro nervoso (i più *eccentrici* quindi) posseggono meno intensa innervazione, mentre i punti più vicini al centro posseggono massima sensibilità (Van Rynberk).

6. Nei mammiferi l'intensità funzionale dei singoli dermatomi del tronco è maggiore nelle aree dorsali che in quelle laterali e ventrali.

A queste ricerche e conclusioni noi aggiungemmo un'altra serie per studiare l'importanza dell'ufficio d'ogni dermatoma nella serie normale dei metameri cutanei. Ciò noi studiammo abolendo col taglio d'una, due, tre radici posteriori la sensibilità in uno solo, in due, in tre dermatomi. I risultati furono:

7. L'abolizione della funzione d'una sola radice posteriore dà sul tronco un piccolo territorio ventrale d'insensibilità avente forma triangolare.

8. L'abolizione della funzione di due radici successive dà sul tronco un lembo dorsale ed un lembo ventrale d'insensibilità.

9. L'abolizione di tre o più radici successive dà sul tronco una zona continua d'insensibilità a fascia intorno al corpo.

In base a queste risultanze ci fu possibile affrontare anche il problema complesso e difficile della disposizione dei dermatomi sulle estremità. Le nostre conclusioni per quel che interessano l'argomento che mi occupa oggi, sono:

10. Sull'estremità « migrano » soltanto le aree laterali dei dermatomi.

11. Le aree dorsali e ventrali restano sul tronco in corrispondenza delle linee mediane dorsale e ventrale. Sono ridottissime e le prime mancano ai metameri apicali (7° ed 8° cerv. nell'arto anteriore).

Un altro fatto importante per il mio argomento fu scoperto dall'anatomico di Leyden, Langelaan, il quale trovò che

12. Nell'uomo alcune zone di cute in corrispondenza ai confini medi dei dermatomi sono normalmente ipersensibili.

Nelle mie ricerche sui disegni io ho seguìto la divisione dei quattro tipi d'Eimer, cioè degli animali a manto uniforme, a striatura trasversale, a striatura longitudinale, a manto maculato. Prima però di dare le conclusioni alle quali sono arrivato, è necessario premettere alcuni cenni intorno ad un problema di primaria importanza che riguarda la definizione stessa dell'oggetto del mio studio, cioè il significato da attribuirsi alla parola, « disegno ». In un animale qualunque il disegno risulta dall'azione, in un certo modo di contrasto, di almeno due colori o tinte presenti sulla sua cute. Quando esiste una grande sproporzione nell'estensione dei due colori, pare in un certo modo evidente di definire come « fondo » del manto il colore più esteso, e come disegno quello meno. Così in un cane bianco avente due macchie nere simmetriche sul capo sembra evidente che il bianco rappresenta il colore del fondo, ed il nero il colore di contrasto, il colore di « stacco » (Allen), il « disegno » insomma. Parimente in un cavallo nero avente una stella bianca sul

petto, il colore nero rappresenta il colore di fondo e la stella bianca lo « stacco » o disegno. Ma quando l'estensione in superficie dei due colori è pressochè eguale, è difficile decidere, come nei casi citati, quale colore rappresenti il fondo e quale il disegno. Zenneck ha dimostrato che non si può prendere come regola fissa di considerare come fondo quello più esteso e come disegno quello meno. Io aggiungo che è parimenti assurdo di prendere come regola la *tonalità* del colore e ritenere, per esempio, disegno il colore più scuro. I criteri estetici non possono dunque risolvere il problema.

Rimangono quindi i criteri biologici, morfologici e funzionali. Applicando questi criteri io credo di poter dimostrare dall'osservazione ed analisi di una serie di casi che la semplice distinzione antitetica « disegno » e « fondo » non basta alla interpretazione razionale delle svariate modalità della pigmentazione cutanea e della sua configurazione. Credo che conviene distinguere almeno tre elementi, dalla cui combinazione completa o parziale risulta il « disegno » preso in senso lato. La distinzione di questi tre elementi è ottenuta dall'aver introdotto nel problema un criterio quantitativo. Dato il primo esempio ora citato, è evidente che le orecchia nere del cane bianco rappresentano un in più di pigmentazione; quindi ciò che io chiamo uno stacco isolato d'eccesso. Invece la stella bianca sul petto del cavallo nero rappresenta un in meno rispetto al resto del corpo; quindi lo chiamo uno stacco isolato di difetto. Quando poi si ha per esempio un animale a manto prevalentemente fulvo ma con poche macchie nere e bianche, è chiaro che si trovano allora riuniti non meno di tre elementi diversi: il colore fondamentale, gli stacchi d'eccesso e quelli di difetto. Questi stacchi poi possono definirsi più dettagliatamente secondo la loro forma, estensione e topografia. Così chiamerò per esempio stacchi d'eccesso seriali e trasversali le strie scure della zebra, stacchi d'eccesso seriali e longitudinali le strie scure di *Galidictis*, ecc.

Chiarito una volta questo punto di fondamentale importanza, il complesso delle mie osservazioni s'espone facilmente. Infatti posso dire senz'altro che ho trovato che in una larga serie di casi gli stacchi d'eccesso, cioè quei punti o zone di cute presentanti un in più di pigmentazione, sembrano trovarsi precisamente in quei punti o zone ove è più forte anche l'innervazione cutanea secondo i risultati delle ricerche più sopra esposte; così le strie nere della zebra si trovano situate in corrispondenza ai confini medi dei dermatomi ove l'innervazione sensitiva presenta normalmente una sommazione intermetamerica (Langelaan). Altre volte gli stacchi d'eccesso posseggono estensione, forma e topografia che ricordano da vicino le aree centrali dei metameri cutanei, sicchè sorge spontanea l'ipotesi che quegli stacchi d'eccesso siano l'espressione d'una maggior pigmentazione dei segmenti relativi in confronto ai rimanenti metameri del corpo. D'altra parte ho potuto dimostrare parimenti che gli stacchi di difetto spesso si trovano in punti di cute assolutamente

o relativamente eccentrici, ove, come ho esposto sopra, l'innervazione centrale è meno intensa, e che essi presentano altre volte forma, estensione e topografia identiche alle zone d'insensibilità cutanea consecutiva all'abolizione dell'innervazione in uno o più metameri. Così, per dare un esempio, è frequente nei cani e nei cavalli scuri trovare le zampe anteriori bianche ed una stella bianca sul petto. La posizione di questi stacchi di difetto corrisponde dunque esattamente a quella delle aree laterali e ventrali dei metameri apicali dell'arto. Da tutto ciò traggo argomento a ritenere che gli stacchi di eccesso e di difetto rappresentano nei singoli casi degli in più e degli in meno di pigmentazione dipendenti da una azione nervosa regolatrice della pigmentazione cutanea, la quale presenti tutte le peculiarità dell'innervazione centrale, segmentale o metamerica della cute.

Quanto ho esposto fin qui renderà, credo, intelligibile le seguenti conclusioni sintetiche del mio studio, che sarà pubblicato tra breve.

Conclusioni sintetiche.

1. La configurazione a « disegno » del pigmento cutaneo nei vertebrati è, nei casi presi in esame, l'espressione delle peculiari modalità dell'innervazione metamerica della cute.

2. Nel « disegno » cutaneo inteso in senso lato si possono distinguere tre elementi: il colore del fondo, un colore di contrasto o di « stacco » più scuro (stacco d'eccesso) ed un colore di contrasto più chiaro (stacco di difetto).

3. Negli animali a manto uniforme o quasi, il colore di contrasto più scuro costituisce gli « stacchi isolati d'eccesso » i quali spesso corrispondono:

Per la testa:

a) a determinati territorî nervosi (stacco d'eccesso del trigemino) od a speciali punti entro quei territorî (punto d'ingresso del nervo nell'ipodermide, stacco d'eccesso *ex introitu*, mosca sopraorbitaria).

Per il resto del corpo:

b) a determinati metameri cutanei isolati, più pigmentati od a speciali loro parti (massimo dorsale, ecc.). (*Variazione segmentale o metamerica di eccesso*; stacchi metamerici d'eccesso);

c) a zone di sommazione intermetamerica (linea mediana dorsale degli asini).

4. Il colore di contrasto più chiaro costituisce in quegli animali gli « stacchi isolati di difetto » i quali spesso corrispondono:

a) a speciali zone assolutamente o relativamente più eccentriche in riguardo dell'innervazione centrale della cute. (Punta della coda, delle orecchia, ventre; stacchi di difetto per eccentricità);

b) a determinati metameri cutanei non pigmentati. (*Variazione segmentale o metamerica di difetto*; stacchi metamerici di difetto).

5. Il tipo della striatura trasversale di Eimer va diviso in due sotto-tipi.

a) a strie scure, larghe, meno numerose dei metameri del corpo (pesci, sauri, serpenti). Corrispondono di solito a gruppi di metameri più pigmentati alternanti con gruppi meno pigmentati. (Stacchi metamerici seriali e trasversali d'eccesso);

b) a strie scure, strette, più numerose dei metameri del corpo (mammiferi, zebre). Corrispondono apparentemente a zone di sommazione intermetamerica. (Stacchi intermetamerici seriali, trasversali d'eccesso).

6. Il tipo della striatura longitudinale di Eimer (stacchi seriali longitudinali) comprende:

a) pesci, nei quali le strie o le macchie seriali scure sembrano corrispondere per numero e per posizione ai rami nervosi periferici che penetrano nell'ipodermide (Stacchi d'eccesso *ex introitu*);

b) rettili ed amfibi. A questi forse è pure applicabile l'ipotesi precedente;

c) mammiferi. Nei viverridi la striatura longitudinale sembra risultare dalla confluenza in senso longitudinale di macchie isolate disposte nelle zone d'interferenza intermetamerica. (Pseudo striatura longitudinale).

7. Il tipo maculato d'Eimer comprende:

a) mammiferi a manto irregolarmente pezzato. In questi si tratta di fenomeni ereditarî di variazione segmentale (metamerica) d'eccesso e di difetto;

b) mammiferi a manto uniformemente picchiettato. In questi si può trattare di strie frammentate le quali nei generi affini si presentano continue (leopardi).

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Blaserna dà il triste annunzio della morte del Socio nazionale Pietro Tacchini, mancato ai vivi il 24 marzo 1905; apparteneva il defunto all'Accademia sino dal 15 dicembre 1882. Il Presidente informa anche la Classe della parte presa ai funerali dell'estinto dall'Accademia, la quale fu rappresentata dal Socio Capellini.

Il Corrispondente Millosevich legge la seguente commemorazione del defunto Accademico Pietro Tacchini:

In una sua villa, a Spilamberto in provincia di Modena, nelle prime ore della sera del 24 marzo decorso, in età di 67 anni e 3 giorni, spegnevasi, dopo lunghe sofferenze epatiche, Pietro Tacchini (1).

(1) L'atto di nascita, comunicatomi dal prof. Chistoni, indica la data 22 marzo 1838 alle ore $3\frac{1}{2}$ pom. [Parrocchia S. Maria Pomposa (resa immortale da Muratori) e S. Michele]. Ma poichè il battesimo sarebbe indicato in egual giorno, devesi ritenere che il dì di nascita sia 21 marzo $3^{h}\frac{1}{2}$ pom., come sempre asserì il defunto.

A me, suo successore nella direzione del R. Osservatorio astronomico al Collegio Romano, tocca in sorte l'onore, per gentile pensiero dell'illustre nostro Presidente, di dire di Lui davanti a Voi, cari colleghi, e come uomo di scienza e come cittadino; che se brevità di tempo e imperizia di sintesi menomassero la figura di Lui, vogliate essermi larghi di cortese compatimento.

Figlio di numerosa e modesta famiglia, dopo avere nell'Archiginnasio patrio, in Modena, colta in verde età la laurea d'ingegnere, chiamato per vocazione allo studio del cielo, ebbe istruzione astronomica alla Specola di Padova, guidato da Giovanni Santini e più ancora da Virgilio Trettenero.

Nell'autunno del 1859, mutata la forma di Governo a Modena, l'astronomo Giuseppe Bianchi volle lasciare la direzione dell'Osservatorio, e le autorità locali d'allora chiamarono Pietro Tacchini, nell'età di 21 anni e mezzo, a reggere quell'Istituto, ma, dietro consiglio di Giovanni Virginio Schiaparelli, nell'autunno del 1863 lasciò il posto di direttore dell'Osservatorio di Modena, dove i mezzi mancavano per produzione profittevole, e accettò quello di astronomo aggiunto all'Osservatorio di Palermo, la direzione del quale era allora tenuta da Gaetano Cacciatore.

Col cerchio meridiano di Pistor e Martins, Tacchini osservò 1001 stelle australi, fra 18° e 29° 39′, nelle loro coordinate equatoriali apparenti durante gli anni 67, 68 e 69; questo è il lavoro d'astronomia di posizione il più importante che egli abbia compiuto anche per il tempo nel quale venne eseguito; solo la riduzione a forma di catalogo assai tardò, perchè soltanto nel 1885 il P. Hagen ridusse le eccellenti posizioni all'equinozio medio del 1850,0.

Scarsa è l'astronomia di posizione fatta da Tacchini a Modena e a Palermo, più numerosa quella che meco fece a Roma al Collegio Romano, perocchè l'indole del suo ingegno e soprattutto il fortunato contatto che egli ebbe con Angelo Secchi, quando splendida sorgeva l'aurora dell'astro-fisica, diressero la sua attività verso la fisica del sole.

Tuttavia qui devesi ricordare che, col concorso del defunto prof. Arminio Nobile, egli fece tutte le osservazioni necessarie per la determinazione della differenza di longitudine fra l'Osservatorio di Palermo e quello di Capodimonte a Napoli.

Dopo il memorando eclisse del 18 agosto 68 i metodi d'osservazione spettroscopica della cromosfera solare e delle prominenze divennero metodi giornalieri.

Il desiderio di strappare i segreti, che in sè asconde l'astro del dì, animò una pleiade di scienziati, fra i quali il nostro defunto.

Un'occasione propizia per l'Osservatorio di Palermo di arricchire la suppellettile scientifica d'un adatto spettroscopio da essere applicato all'equatoriale di Merz, da non lungo tempo montato, occorse proprio allora, chè

l'ombra della luna coprì, il 22 dicembre 70, la Sicilia da Terranova ad Augusta.

Questo è il primo eclisse totale di sole osservato da Tacchini; anche il nostro venerato Presidente prese parte alla spedizione scientifica allora organizzata.

È propriamente col principio del 1871 che Tacchini, col nuovo spettroscopio a visione diretta, incomincia quella serie giammai interrotta di osservazioni e di bellissimi disegni della cromosfera e delle prominenze in legame spirituale con Angelo Secchi e con altri astronomi.

Di filamenti lucidi, piuttosto che d'uno strato lucido e continuo, subito a Lui apparve formata la cromosfera, e stretto legame ben presto accertò fra facole, macchie e prominenze.

Lo studio della inversione delle righe di Fraunhofer nella osservazione delle diverse prominenze all'orlo solare lo condusse alla classificazione e alla distinzione ben nota delle medesime.

Il suo studio giornaliero sul sole consisteva nell'osservare per proiezione, come usava il P. Secchi, la fotosfera solare, nel disegnare le macchie e facole che su essa si scorgevano, e nell'esaminare l'orlo del sole collo spettroscopio, o a prismi o a reticolo, per cogliere nella cromosfera le prominenze, di cui assegnava l'altezza e identificava le righe invertite.

Abile disegnatore felicemente riproduceva quanto gli era dato di vedere.

Poco dopo l'eclisse di Sicilia, a Secchi e a Lui parve venuto il momento che un organo collettivo delle forze spettroscopistiche italiane fosse necessario, d'onde la creazione della Società degli Spettroscopisti italiani, che trovò appoggio anche materiale dal Governo, e questo per opera di Tacchini.

Il primo volume delle Memorie è apparso nel 72. Egli amò questa, si può ben dir, sua Istituzione, e, nel dirigere la pubblicazione, conscarò buona parte della sua attività e a Palermo e, dal IX volume, a Roma.

Quando nel 1899 parve a Lui esser venuto il tempo d'un relativo riposo, chiamò alla direzione del periodico insieme a Lui il ch. prof. Annibale Riccò, e la pubblicazione delle Memorie, col volume XXVIII, cominciò a Catania.

Nei trenta volumi delle suddette Memorie, fra 1872 e 1901, il numero delle Note di Tacchini è stragrande, numerosissimi e graziosi i disegni. Il più gran numero di queste sono statistiche delle sue osservazioni solari di macchie, facole e prominenze; egli aveva assunto un tipo di conteggio e di presentazione dei risultati delle sue osservazioni, che giammai sostanzialmente mutò, mentre generalmente sobrie e corte sono le conchiusioni, benchè, specialmente nei primi anni, e quando collaborava nelle Memorie Angelo Secchi, non manchino polemiche con altri cultori di fisica solare.

Le sue statistiche solari, oltre trovar posto nelle Memorie della Società degli Spettroscopisti Italiani, figurano in brevi riassunti nei Rendiconti del-

l'Accademia di Francia e più tardi in quelli della nostra Accademia. Nelle Memorie dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, quando l'Osservatorio astronomico era una sezione, e molto più tardi nelle Memorie dell'Osservatorio, quando questo ritornò Istituto autonomo, sono esposti nei particolari, anno per anno, i risultati numerici con annessi disegni.

L'immutato metodo, la continuità e il lungo periodo dànno gran pregio alle sue serie di osservazioni, ed è questo un contributo, fornito dall'attività d'un sol uomo, considerevolissimo, tanto più che è così ribelle la fisica solare al buon volere degli studiosi, armati, come sono oggidì, di mezzi di ricerca varî e poderosissimi e agguerriti nelle alte speculazioni di fisica superiore che, all'infuori dei grossi e sostanziali acquisti conseguiti fin da principio dall'analisi spettrale, una teorica completa e soddisfacente della costituzione fisica del sole è soltanto un desiderio, e può sorgere il dubbio che quanto noi sappiamo o possiamo congetturare per analogia sia al proposito insufficiente. Sono perciò di grande portata tutti gli sforzi che gli uomini, donati all'astro-fisica solare, fecero, fanno e faranno, affinchè l'abbarbagliamento spirituale, che deriva, si direbbe volentieri, dalla troppo viva luce del sole, sia tolto un giorno di mezzo.

Disegnatore, come dicemmo, felice, in varî tempi produsse disegni del disco di Giove e tentò quelli del disco di Venere, ma è noto che, sì o no, veggonsi in Venere incerte e fugaci sfumature, tanto che la definitiva risoluzione della durata della rotazione non può essere sperata che dal metodo di Doppler-Fizeau.

Nel 1874 egli inizia la serie dei viaggi nell'occasione del celebre passaggio di Venere sul disco del sole, che egli osservò a Muddapur, in India, in compagnia del defunto Alessandro Dorna, dell'attuale direttore dell'Osservatorio di Arcetri Antonio Abetti e colla collaborazione di altri due osservatori.

I tempi dei contatti del lembo di Venere col lembo del sole, osservati col metodo spettroscopico e col metodo ordinario soltanto nell'uscita di Venere dal sole, paragonati coi tempi assegnati dalla teoria costituiscono un argomento di studio importante, e il metodo spettrale usato in tal genere di osservazione, la quale diede luogo a tante discussioni a proposito dei passaggi del secolo XVIII, aggiunge pregio alla Memoria, che fu pubblicata nel 1895 a Palermo.

Più tardi, nell'altro passaggio di Venere del 1882, che osservammo nelle entrate assieme a Roma, è risultato ad evidenza che il metodo spettrale riesce più preciso del metodo ordinario nell'osservazione del primo contatto, mentre in incerta vittoria gareggia con questo nel secondo contatto.

Non ritornò subito Tacchini in Europa dopo il passaggio di Venere dell'8 dicembre 1874, ma, associatosi ad una spedizione inglese, il 6 aprile 1875 si recò a Camorta, nelle isole Nicobar, per osservare l'eclisse totale di sole, che aveva una durata notabile di circa $4^{m}\,1/_{2}$, ma il cielo fu avverso, e non permise di osservare proprio nel periodo della totalità.

Nel Bullettino Meteorologico del R. Osservatorio di Palermo ricerche meteoriche e climatiche locali e dell'isola occuparono il nostro defunto, e il suo spirito attivo e naturalmente disposto all'organizzazione di cose nuove lo attirò a Roma quando, dopo il Congresso meteorico internazionale, sorse l'idea, nel 79, di creare un Ufficio Centrale di Meteorologia sul modello di quelli altrove esistenti, benchè già da parecchi anni esistesse in Italia, e alla dipendenza del Ministero d'Agricoltura e Commercio, un servizio meteorico.

Sotto gli auspici dei quattro Ministeri della Marina, dell' Istruzione Pubblica, dei Lavori Pubblici e dell'Agricoltura e Commercio fu creato l'Ufficio Centrale di Meteorologia.

Egli accettò l'offertogli carico di Direttore colla condizione che l'Istituto trovasse posto al Collegio Romano, sottraendo ai Gesuiti l'Osservatorio astronomico che ad Angelo Secchi, già allora da 16 lune trapassato, Ruggero Bonghi aveva lasciato in cura.

Il Ministro dell'Istruzione Pubblica d'allora fece paghi i desiderî del nostro Tacchini, e l'Osservatorio astronomico al Collegio Romano divenne una Sezione dell'Ufficio Centrale di Meteorologia per acquistare un'altra volta la propria autonomia nel luglio 1891.

Appena sistemato il nuovo Istituto, Tacchini curò la creazione di nuovi servigi, d'onde nacquero il Bollettino meteorico giornaliero, oggi entrato nel 27mo suo anno di vita, la Rivista meteorico-agraria decadica, il servizio dei temporali, le osservazioni necessarie per la costruzione d'una carta magnetica d'Italia, dovute prima a Ciro Chistoni, poi a Luigi Palazzo, e finalmente gli Annali dell'Ufficio Centrale di Meteorologia.

Il 17 maggio 82 Tacchini osservò a Sohage in Egitto in condizioni eccellenti l'eclisse totale di sole in compagnia delle missioni inglese e francese; in questa circostanza egli potè applicare il metodo spettrale nell'osservazione di tre sui quattro contatti con vantaggio in confronto del metodo ordinario.

È in questo eclisse, durante la totalità, che videsi un pennacchio isolato in vicinanza del sole, pennacchio che venne allora giudicato non esser altro che una cometa.

Una missione francese, organizzata dall'Accademia delle scienze, offrì il mezzo a Tacchini di prendere parte alle osservazioni dell'eclisse totale di Sole all'isola Carolina nel Pacifico Australe, il 6 maggio 83.

Collo spettroscopio a reticolo osserva il primo contatto coll' equatoriale di Plössl di 5 pollici d'apertura, mentre col cercatore di Cooke osserva il secondo; durante la totalità esamina lo spettro d'una grande protuberanza, indi coll'osservazione diretta scorge due regioni di alti getti fini argentati, cioè è sicuro di vedere due prominenze bianche; la questione se questi getti argentati, o vogliansi dire prominenze bianche, appartengano alla cromosfera colle sue ordinarie espansioni rosee e radiazioni monocromatiche o piuttosto alle

basse e vive regioni della corona io credo non sia risoluta, e forse, come sospettò Tacchini stesso, la creduta cometa, di cui sopra accennammo, potrebbe altro non essere che uno di codesti getti bianchi argentei.

Da S. Giorgio di Grenada, in data 4 settembre 1886, Tacchini inviava una lettera al Presidente della nostra Accademia, colla quale lo informava dell'esito delle osservazioni da lui eseguite durante l'eclisse totale di sole del 29 agosto; era la quarta spedizione da lui compiuta col consueto proposito.

Questa volta erasi associato alla spedizione inglese guidata da Lockyer.

Anche in questo eclisse, come nel precedente, il nostro caro collega accerta l'esistenza di prominenze bianche; anzi egli dice che le prominenze, che si veggono soltanto durante la totalità, sono bianche almeno nelle parti le più elevate, e che durante la totalità, certamente si veggono prominenze invisibili col metodo spettroscopico consueto in pieno sole.

Ometto di dire alcun che delle altre due spedizioni in Russia ed in Algeria, ambedue in compagnia di Annibale Riccò, perchè la prima ebbe avverso il cielo, e nella seconda, che raggiunse lo scopo, la corta durata della totalità, il 28 maggio 1900 a Ménerville in Algeria, non permise ricerche nuove ed importanti.

Gli studî sismici in Italia, nati per iniziativa individuale, lentamente trovarono nell'ultimo ventennio del secolo scorso appassionati cultori, così che ben presto essi entrarono nell'orbita ufficiale per impulso di Tacchini e del Consiglio Direttivo di Meteorologia, d'onde l'Ufficio Centrale di Meteorologia divenne anche di Geodinamica. Osservatorî sismici nacquero in Italia per iniziativa del Governo, o apparecchi sismici si affidarono ad Osservatorî meteorici.

I buoni principî di meccanica applicati alle macchine sismiche resero possibile la registrazione delle vibrazioni del suolo anche provenienti da parosismi lontanissimi; di qui un cumulo di notizie frequenti di terremoti, di qui la necessità di pubblicazioni rapide per uso degli studiosi.

In aiuto del Governo Tacchini iniziò la Società Sismologica Italiana, della quale tenne la Presidenza fino al giorno della sua morte.

È sua l'idea di erigere, come fu eretto, l'Osservatorio Etneo, il più eccelso degli Osservatorî di montagna, che sorsero sotto la sua Direzione. L'Osservatorio astro fisico di Catania, strettamente all' Etneo collegato, sotto un'unica ed illuminata Direzione entrambi, ebbe l'onorifico carico della fotografia celeste (Carta e Catalogo) per la zona fra + 46° e + 55° dietro iniziativa di Tacchini, che presenziò, come Delegato per l'Italia, il Comitato internazionale creato per quel proposito.

La suppellettile scientifica del R. Osservatorio astronomico al Collegio Romano ebbe, per opera di lui, radicale trasformazione, e da Enrico Santoro, mecenate illustre, ebbe i 39 centimetri di Steinheil, che insieme al Cooke di Cerulli, occupa il secondo posto in Italia fra gli oggettivi delle nostre

specole. Predilezione assidua ebbe per il Museo astronomico, dove depose, a titolo di dono, le miscellanee scientifiche, che egli possedeva.

Tale è, amati colleghi, in brevissime linee riassunta l'attività di pensiero e di esecuzione di cose di quest'uomo, che aveva la rarissima qualità di organizzatore di imprese ed istituzioni scientifiche e la tenacia di volerle attuate, locchè domanda la scienza del reggimento degli uomini e delle cose.

La rapida e fortunata carriera lo abituò fin da giovane al comando, e il suo carattere, atavicamente forte, fu dalle circostanze rinforzato.

Il Governo, le Accademie e le Società scientifiche ricompensarono il suo valore; ricordo qui soltanto, per brevità, che egli era Cavaliere dell'Ordine Civile di Savoia; membro di insigni Accademie ed Istituti Italiani oltre l'essere Socio Nazionale nella nostra Accademia; membro della Società dei XL e delle Società astronomiche tedesca, francese e belga; era editore associato del giornale Astrofisico di Chicago, ed ebbe la medaglia d'oro di Rumford per le sue assidue osservazioni solari.

Visse celibe, e fu sobrio come tutti gli uomini di forte volere; amò intensamente fratelli, sorelle e nipoti, a cui fu largo di aiuto e di consiglio; sentì l'amicizia e seppe beneficare, ebbe spirito liberale senza pregiudizi ed accostò uomini insigni.

Ti porgono l'estremo saluto per mezzo mio, o Pietro, i tuoi colleghi e i tuoi amici; essi, nel prendere da te commiato, si sovvengono della frase memorabile che gli uomini muoiono, ma che le Istituzioni da essi create non muoiono.

Il Presidente Blaserna aggiunge le particolari sue notizie sull'opera del Socio Tacchini, parlando de' suoi lavori sulla spettroscopia del sole, e ricordando i meriti che egli ebbe nell'impianto del servizio meteorologico in Italia. E rammenta del pari i preziosi servizi che il Socio Tacchini rese all'Accademia come Amministratore attivissimo ed accorto, tutelandone efficacemente gl'interessi.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Cerruti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei Soci Taramelli e Pincherle, dei Corrispondenti Pascal, Rajna M., Saccardo, del Socio straniero Auwers; e dei signori Rosenbusch, Nordgaard e Jorgensen.

Il Presidente Blaserna, presenta diciassette volumi del *Catalogo* internazionale della letteratura scientifica, rilevando la importanza di questa pubblicazione.

Il Corrispondente Pizzetti fa omaggio di una copia del suo: *Trattato di Geodesia teoretica* e ne parla.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

R. Almagià. *La dottrina della marea nell'antichità classica e nel Medio Evo.* Presentata dal Socio Cerruti.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Corrispondente Cuboni, a nome anche del Socio Pirotta, legge una Relazione sulla Memoria del dott. R. Schiff-Giorgini, avente per titolo: *Ricerche sulla tubercolosi dell'olivo.* La Relazione conclude col proporre la inserzione del lavoro negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, posta ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Cerruti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia delle scienze di Nuova York; l'Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società fisico-chimica russa di Pietroburgo; le Società zoologiche di Amsterdam e di Tokyo; le Società geologiche di Ottawa e di Sydney; la Società degli agricoltori italiani di Roma; il Museo di storia naturale di Nuova York; il Museo di scienze ed arti di Filadelfia; l'Istituto Smithsoniano di Washington; gli Osservatorî di San Fernando e di Cambridge Mass.; la Scuola Politecnica di Zurigo.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 2 aprile 1905.

Agamennone G. — La determinazione dei bradisismi nell'interno dei continenti per mezzo della fotografia (Sonderabd. aus dem Bericht der II Intern. seismol. Konferenz). Leipzig, 1904. 8°.

Angelis d'Ossat (*G. de*). — Maurizio Alfonso Stübel, i suoi viaggi e la sua

teoria dei vulcani (Dalla Rivista geogr. ital. anno XII, fasc. I, II). Firenze, 1905. 8°.

Amvers A. — Vierzehn unbekannt gebliebene Königsberger Zonen und Catalog von 1309 darin beobachteten Sternen für das Aequinoctium 1825. Aus den Abhand. der K. Preuss. Akad. des Wissensch vom Jahre 1903). Berlin, 1904. 4°.

Balp S. — Dati statistici ed eziologici sull'endemia gozzo-cretinica nella provincia di Torino (Giorn. della R. Accad. di Medicina di Torino, vol. X, fasc. 4°). Torino, 1904. 8°.

Id. — Risultati di alcune esperienze di tiroidismo sperimentale (Giornale della R. Accad. di Medicina di Torino. vol. X, fasc. 9, 10). Torino, 1904. 8°.

Battaglia M. — Alcune ricerche sopra due Tripanosomi. Trypanosoma Vespertilionis-Trypanosoma Lewiis (Dagli Annali di Medìcina navale, anno X°, vol. II, fasc. V). Roma, 1904. 8°.

Id. — Alterazioni traumatiche primitive della cellula nervosa (Dagli Annali di Medicina navale, anno X, vol. II, fasc. VI). Roma, 1904. 8°.

Benetti J. — Alcune nuove equazioni per la teoria generale delle turbine idrauliche motrici ed operatici. Bologna, 1903. 4°.

Id. — Formole fondamentali di applicazione generale per le turbine motrici e per le pompe centrifughe elevanti. Bologna, 1899. 4°.

Id. — Il calcolo dei camini per i generatori di vapore. Bologna, 1900. 8°.

Id. — I principî scientifici per le turbine a vapore. Bologna, 1904. 8°.

Id. — La legge empirica della trasmissione del calore attraverso la superficie riscaldata delle caldaie a vapore. Bologna, 1898. 4°.

Id. — Le irrigazioni dell'Egitto (con tre carte annesse). Appendice alle Memorie illustrative della Carta idrografica d'Italia, 13 (Min. d. Agr. Ind. e Comm.). Roma, 1892. 8°.

Id. — Sulle ruote idrofore a pale e specialmente sulla ruota di recente invenzione olandese denominata Ruota-pompa. Padova, 1899. 8°.

Id. — Teoria fondamentale delle turbine idrauliche. Bologna, 1902. 4°.

Id. — Teoria generale delle pompe centrifughe. Bologna, 1886. 4°.

Berlese A. — Apparecchio per raccogliere presto e in gran numero piccoli artropodi (Dal *Redia*, vol. II, fasc. I). Firenze, 1905. 8°.

Boccardi G. — Sulla precisione delle posizioni delle stelle ottenute mediante la fotografia. Roma, 1903. 8°.

Id. — Orbita definitiva del pianeta (347) « Pariana ». Torino, 1904. 8°.

Colonna A. — Mimecarpia e Mimespermia. Ariano, 1904. 8°.

Congresso geologico. Catania, settembre 1904 (Soc. Geol. Italiana). Roma, 1905. 8°.

Di Paola G. — Fenomeni geo-fisici osservati durante l'attività esplosiva del Vesuvio nel settembre 1904. Napoli, 1905. 8°.

Faccin D. I. — Nuovo planisfero ad uso della Marina (Dalla Rivista di Fis. Mat. e Scienze nat. Pavia, anno VI, n. 62). Pavia, 1905. 8°.

Favre J. A. — Observations sur les glaciers du Massif de la Vanoise, pendant l'été de 1903 (Comm. Française des Glaciers). Paris, 1904. 8°.

Ferrero E. — Sul terzo massimo invernale nell'andamento diurno del barometro. Torino, 1904.

Girardin P. — Rapport sur les observations glaciaires en Maurienne, Vanoise et Tarentaise (21 août-24 sept. 1903 — Comm. Française des Glaciers). Paris, 1904. 8°.

Jorgensen E. — The protist Ptankton and die Diatoms in Bottom Samples (Hydrographical and biolog. Investigations in Norwegian Fiords by O. Nordgaard. Bergens Museum). Bergen, 1905. 4°.

Meli R. — Discorso pronunciato nella seduta inaugurale dell'adunanza generale estiva tenuta in Catania il 19 sett. 1904 dalla Soc. Geol. Italiana. Roma. 1905, 8°.

Id. — Materiali per una bibliografia scientifica del Littorale romano, compreso tra la foce dell' Incastro presso Ardea e la foce del fiume Astura. Roma, 1904. 8°.

Meli R. — Sulla pretesa meteorite di Corchiano nella provincia di Roma. Roma, 1905. 8°.

Moderni P. — Osservazioni geologiche fatte alle falde dell'Appennino fra il Potenza e l' Esino (Marche). Roma, 1904. 8°.

Monte (E. A. del). — La tormenta tropical de octubre de 1904 y la armonia entre dos centros tempestuosos. Habana, 1905. 8°.

Mougin P. — Observations sur l'enneigement et sur les chutes d'Avalanches, exécutées par l'Administration des Eaux et Forêts dans les Départements de la Savoie (Comm. Franç. des glaciers). Paris, 1904. 4°.

Pascal P. — Sulle condizioni invariantive perchè una binaria biquadratica abbia per fattore una cubica. Nota II (Dai Rend. del R. Ist. Lomb. di Scienze e Lett. vol. XXXVIII). Milano, 1905. 8°.

Penzig O. et Saccardo P. A. — Diagnoses fungorum novorum in insula Java collectorum. Series prima, secunda et tertia. Genova, 1897-1902. 8°.

Pincherle M. S. — Sur les fonctions déterminantes (Extrait des Annales scient. de l'Ecole norm. sup. Troisième Série. Tome XXI, année 1905). Paris, 1905. 4°.

Rajna M. — Nuovo calcolo dell'effemeride del Sole e dei crepuscoli per l'orizzonte di Bologna. Bologna, 1904. 4°.

Rajna M., Pirazzoli R. e Masini A. — Osservazioni meteorologiche fatte durante l'anno 1903 nell'Oss. della R. Univ. di Bologna. Bologna, 1904. 4°.

Rosenbusch H. — Mikroskopische Physiographie der Mineralien und Gesteine. Ein Hülfsbuch bei mikroskopischen Gesteinsstudien. Bd. I, Erste Hälfte:

Die petrographisch wichtigen Mineralien. Allgemeiner Teil. Vierte völlig umgestatete Auflage von D. E. A. Wülfing. Stuttgart, 1904. 8°.

Saccardo P. A. — Augusto Napoleone Berlese. Cenno storico (Dal Malpighia, anno XVII, vol. XVII). Genova, 1903. 8°.

Id. — De diagnostica et nomenclatura mycologica. Admonita quaedam (Separat-Abd. aus Annales mycologici, vol. II, n. 2). S. l. 1904. 8°.

Saccardo P. A. — I codici botanici figurati e gli erbarî di Gian Gir. Zannichelli, Bart. Martini e Gius. Agosti esistenti nell' Ist. Botanico di Padova, con un'Appendice sull' Erbario di L. Pedoni. Venezia, 1904. 8°.

Id. — La Iconoteca dei Botanici del R. Istituto botanico di Padova. Supplemento (Dal Malpighia, anno XV, vol. XV). Genova, 1902. 8°.

Id. — Le reliquie dell'erbario micologico di P. A. Micheli (Dal Boll. della Soc. bot. it. Adunanza nella sede di Firenze, 8 maggio 1904). S. l. et a. 8°.

Id. — Mycetes Sibirici - Pugillus tertius. (Dal giorn. Il Malpighia, anno X). Genova, 1896. 8°.

Id. — Progetto di un Lessico dell'antica nomenclatura botanica comparata alla linneana ed elenco bibliografico delle fonti relative (Dal Malpighia, anno XVII, vol. XVII). Genova, 1903. 8°.

Id. — Sulla più antica pubblicazione di *Plantae essiccatae* (Dal Bull. della Soc. bot. it. Riunione gen. di Venezia, 10 sett. 1899). S. l. 1899. 8°.

Id. — Sul rinvenimento di un antico erbario dell'abate conte Gius. Agosti (Dagli Atti dell'Acc. scient. veneto-trentino-istriana, nuova serie, vol. I). Padova, 1904. 8°.

Id. — Una malattia crittogamica nelle frutta del mandarino (*Alternaria tenuis*„ *forma chalaroides* Sacc.) (Separat. Abd. aus Annales mycologici, vol. I, n. 3).

Id. e Beguinot A. — Giacomo Petiver e l'invenzione delle *Plantae essiccatae.* Nuove ricerche (Dal Bull. della Soc. bot. it. Riunione gen. in Siena, 7 giugno 1901). S. l. 1901. 8°.

Id., Peck C. H. and Trelease W. — The Fungi of Alaska. S. l. et a. 8°.

Id. e Traverso G. B. — Micromiceti italiani nuovi o interessanti (Dal Boll. della Soc. bot. it. Adunanza della sede di Firenze, 8 maggio 1904). S. l. 1905. 8°.

Schincaglia G. — Fenomeni provocati da scintille elettriche su di altre e perturbazioni prodotte da dielettrici solidi. (Dal Nuovo Cimento, serie V, vol. VIII, ag. 1904). Pisa, 1904. 8°.

Id. — Ricerche sopra alcune proprietà delle radiazioni. S. l. ed a. 8°.

Id. — Un'opportuna disposizione sperimentale per esperienze di corso. S. l. ed a. 8°.

Taramelli T. — Alcune altre osservazioni stratigrafiche sulla Valtravaglia (Dai Rend. del R. Ist. Lomb. di scienze e lett. vol. XXXVIII, 1905). Milano, 1905. 8°.

Taramelli T. — Alcune considerazioni geologiche a proposito dell'acquedotto Milano, 1905. 8°.

Id. — La linea direttissima da Genova alla valle del Po (Giorn. di Geol. pratica, anno III, fasc. I). Perugia, 1905. 8°.

Id. — Le condizioni idrologiche de' dintorni di Bassano (Giorn. di Geol. pratica, anno II, fasc. IV). Perugia, 1904. 8°.

Id. — Osservazioni geologiche ed idrologiche sulla Valletta di Rio Frate, presso Broni (Dal Giorn. di Geol. pratica, anno II, fasc. III). Perugia, 1904. 8°.

Volta L. — Riassunto delle registrazioni geodinamiche del grande Sismometrografo Agamennone dell'Osservatorio astronomico della R. Università di Torino durante l'anno 1901. Torino, 1901. 8°.

DISSERTAZIONI ACCADEMICHE
DELLE UNIVERSITÀ DI BONN, COIMBRA E MARBURG.

I. — BONN.

Abdi O. — Ueber einen Fall von shronischer Arthritis ankylopsetica der Wirbelsäule, Fraktur der Wirbelsäule und Quetschung der Cauda equina. Hamburg, 1903. 8°.

Bachem K. — Untersuchungen über die Giftigkeit des Phosphorsesquisulfids. Bonn, 1904. 8°.

Bartholomé F. — Ueber Sterilität bei Myomkranken. Bonn, 1904. 8°.

Berg H. — Ueber Muskelatrophie bei Thomsen'scher Krankheit. Bonn, 1904. 8°.

Bernartz H. — Ueber Magnetoperationen am Auge. Bonn, 1904. 8°.

Böshagen A. — Ein Fall von Hypertrophie der linken Kopfhälfte. Bonn, 1903. 8°.

Brahms W. — Ueber die mechanische Erweiterung der Cervix nach Bossi. Bonn, 1904. 8°.

Bufe E. — Ein Beitrag zur Kenntnis der Torsion des funiculus spermaticus. Bonn, 1904. 8°.

Bürger H. — Beiträge zur Kenntnis der Uranyldoppelsalze. Bonn, 1904. 8°.

Busch F. — Ueber die Resultate der Vaporisation des Uterus in der Bonner Frauenklinik. Bonn, 1903. 8°.

Conrat F. — Helmholtz' Verhältnis zur Psychologie. Halle, 1903. 8°.

Daniel F. — Beitrag zur Lehre von den retroperitonealen Hernien. Bonn, 1904. 8°.

Danne H. — Die Aetiologie der Lebercirrhose. Limburg, 1904. 8°.

Dicke O. — Der Kaiserschnitt an verstorbenen Schwangern. Bonn, 1903. 8°.

Dix H. — Zur Pathogenese des Rechtumprolapses. Bonn, 1904. 8°.

Edenhuizen H. — Ueber Albuminurie bei Schwangeren und Gebärenden. Bonn, 1903. 8°.

Fabry H. — Bei Fälle von Stirnhirntumoren. Bonn, 1904. 8°.

Falkenstein S. — Ein Beitrag zur Pathologie des Zwerchfelles. Bonn, 1904. 8°.

Forschbach J. — Zur Behandlung der Bubonen nach dem Langschen Verfahren. Bonn, 1903. 8°.

Freytag K. — Ist das Fieber ein nützlicher Reaktionsvorgang oder nicht? Bonn, 1903. 8°.

Fürth E. — Wasserbruch und Unfall. Bonn, 1904. 8°.

Geis P. — Beitrag zur Entstehung von Geisteskrankheiten nach und durch Körperverletzungen. Bonn, 1904. 8°.

Gerhartz H. — Anatomie und Sekretions-Vorgänge von Samenblase und Harnleiter der Batrachier. Bonn, 1904. 8°.

Grüneberg L. — Ueber künstliche Frühgeburt. Bonn, 1904. 8°.

Hammes F. — Beitrag zur Kenntnis der diagnostisch Wichtigen Komplikationen des Uterusmyoms und der Peritonealtuberculose. Bonn, 1904. 8°.

Hindrichs O. H. — Ueber Messungen u. Gesetzmässigkeiten in der vierten Kohlebande. Bonn, 1904. 8°.

Hölling A. — Das Verhältnis der Milchsäurebakterien zum Streptococcus Lanceolatus (Pneumoniecoccus, Enterococcus u. s. w.). Bonn, 1904. 8°.

Immel T. — Ueber Centralruptur des Dammes. Bonn, 1903. 8°.

Jungbluth F. — Ueber Gesetzmässigkeiten und Eigentümlichkeiten in der Strucktur der dritten Cyanbandengruppe. Leipzig, 1904. 8°.

Kannitzer H. — Ein Beitrag zur Eklampsiefrage. Köln, 1904. 8°.

Kellner J. — Das Lanthanspektrum. Bonn, 1904. 8°.

Kirch H. — Ueber die Prognose der Eklampsie. Bonn, 1904. 8°.

Klotz M. — Typhus abdominalis im Verlauf von 15. Jahren 1889 bis 1903/4 auf der Bonner medizinischen Universitäts-Klinik. Bonn, 1904. 8°.

Koerver W. — Ueber die Erfolge der Ovariotomieen an der Kgl. Universitäts-Frauenklinik zu Bonn. Bonn, 1904. 8°.

Kroeber E. R. — Statistik der Kropfoperationen an der Bonner chirurgischen Klinik vom 1 April 1899 bis 1 April 1904. Bonn, 1904. 8°.

Kunz L. — Die spezifische Wärme des Kohlenstoffs bei hohen Temperaturen. Bonn, 1904. 8°.

Lanzrath W. — Ueber das Bandenspektrum des Kupfers in der Knallgasflamme. Bonn, 1904. 8°.

Liesen P. — Ueber das Vorkommen von Ascaris lumbricorides im menschlichen Körper speciell in der freien Bauchöhle. Bonn, 1904. 8°.

Lewe F. — Ueber Neu- und Ruckbildung im Ovarium vom Maifisch. (Clupea Alosa Cur.). Bonn, 1903. 4°.

Loewenstein S. — Ueber einen Fall von Diabetes insipidus. Bonn, 1904. 8°.

Löwenberg E. — Kernsynthesen mit (3,5)-Dibromsalicylsäurechlorid. Bonn, 1904. 8°.

Lutz J. — Ueber einen Fall von Nierenfistel im Anschluss an einem Fremdkörper. Bonn, 1904. 8°.

Macke W. — Ueber Dipsomanie. Ein casuistischer Beitrag Heiligenstadt, 1903. 8°.

Marock G. — Einige statistische Bemerkungen über die Eclampsiefälle von 1893 bis 1902. Bonn, 1904. 8°.

Mennicken L. — Ueber einem Fall von traumatischer gestielter Gelenkmaus im Kniegelenk. Bonn, 1904. 8°.

Meyerheim P. — Ueber das Bandenspektrum del Wasserdampfes. Bonn, 1904. 8°.

Milner R. — Ueber Blutpigmentbildung und organisation besonders in einem extraduralen Hämatom. Berlin, 1903. 8°.

Molinens G. F. G. — Ein Beitrag zur Behandlung der Bauchschussverletzungen. Bonn, 1904. 8°.

Neu K. — Ueber cirkuläre Resektion der Speiseröhre. Bonn, 1904. 8°.

Nothen H. — Beiträge zur bakteriologischen Prüfung von Desinfektionsmitteln. Bonn, 1904. 8°.

Oster H. — Ueber Mammakarzinom und Gravidität. Bonn, 1904. 8°.

Plassmann J. — Untersuchungen über den Lichtwechsel des Granatsterns μ Cephei. Münster, 1904. 8°.

Richter A. — Beitrag zur Lehre von den gutartigen Geschwülsten der Zunge insbesondere den Adenomen. Bonn, 1903. 8°.

Rings T. — Ueber Paraffinprothesen. Bonn, 1904. 8°.

Rittershaus E. — Fehldiagnosen bei Carcinom. Ein Beitrag zur Statistik der nicht diagnostizierten Krebse. Bonn, 1904. 8°.

Rocholl B. — Ein Beitrag zur Lehre von der Paralysis agitans. Bonnn, 1904. 8°.

Schieffer K. — Beitrag zur Shockwirkung bei Schrotschüssen. Bonn, 1904. 8°.

Schmidt G. N. J. — Ueber den Einfluss der Temperatur und des Druckes auf die Absorption und Diffusion des Wasserstoffes duch Palladium. Bonn, 1903. 8°.

Schmitt J. — Ueber die Bedeutung des Kathodenmaterials für die electrolystische Reduktion des meta- und para-Nitrotoluols. Bonn, 1904. 8°.

Schmitz F. — Ueber Abkömmlinge der (3, 5) Dijodsalicylsäure. Bonn, 1904. 8°.

Schmitz O. — Die maritime Politik der Habsburger in den Jahren 1625-1628. Bonn, 1903. 8°.

Schmitz R. — Ein Fall von Polyposio recti mit maligner Degeneration. Bonn, 1904. 8°.

Schoenen G. — Statistische Beiträge zur Beziehung zwischen Alkoholismus und Geistesstörung. Bonn, 1904. 8°.

Schommertz T. — Die Erfolge der Naht des frischen Dammrisses. Bonn, 1904. 8°.

Schroeder H. — Zur Statolithentheorie des Geotropismus. Jena, 1904. 8°.

Späther J. — Die angeborenen Stenosen und Atresien des Darmes. Bonn, 1904. 8°.

Stern E. — Trauma und Lungentuberkulose. Bonn, 1903. 8°.

Stuchtey C. — Ueber Glimmentladung in Luft und Wasserstoff bei Atmosphärendruck. Bonn, 1904. 8°.

Stuckmann W. — Macht ein einmaliges Ueberstehen der Eklampsie gegen eine gleiche Erkrankung bei späteren Schwangerschaften immun? Bonn, 1903. 8°.

Sturm J. — Die Kirchhoff'sche Formel über Schallgeschwindigkeit in Röhren. Bonn, 1904. 8°.

Tappe A. — Zur pharmakologischen Kenntniss einiger Kondensationsprodukte des Chlorals. Bonn, 1903. 8°.

Tewildt F. — Ueber den Einfluss körperlicher Bewegungen auf die Pulszahl beim Gesunden. Bonn, 1903. 8°.

Treitz W. — Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in einigen Dämpfen. Bonn, 1903. 8°.

Zimball F. — Ueber Fissura sterni congenita. Bonn, 1904. 8°.

Zurhelle E. — Ein Beitrag zur Lehre von der Entstehung der Zwerchfellsbrüche. Bonn, 1904. 8°.

Zurhellen W. — Darlegung und Kritik der zur Reduktion photographischer Himmelsaufnahmen aufgestellten Formeln und Methoden. Bonn, 1904. 8°.

Wilde H. — Bericht über 28 Fälle von Rectumcarcinom, ein Beitrag zur Statistik und Therapie desselben. Bonn, 1903. 8°.

II. — Coimbra.

Almeida (L. d'). — A Pharmacia e o exercicio profissional. Coimbra, 1904, 8°.

Ayres Mora V. — O Chá, sua composição chimica, preparação e falsificaçaõ. Coimbra, 1904. 8°.

Barbosa Tamagnini de Mattos Encarnação E. — Mechánica do systèma sanguíneo dos vertebrados. Coimbra 1904. 8°.

Collaço Alves Sobral J. — O phosphoro e seus principaes compostos. Coimbra, 1904. 8°.

Fernandes Costa M. J. — Hypericum Androsaemum, L. Coimbra, 1904. 8°.

Ferraz de Carvalho A. — Phenomenos magneto-opticos. Coimbra, 1901. 8°.

Fonseca A. — A Peste. Porto, 1902. 4°.

Rodrigues Diniz J. C. — Solanaceas medicamentosas portuguezas — Meimendros (Hyosciamus niger L. Hyosciamus albus L.). Coimbra, 1904. 8°.

Santos Viegas L. d. — O Corpo thyroide. Estudios de physiologia e de therapeutica. Coimbra, 1901. 8°.

Silva Basto (A. J. de). — Lições de Estereochimica. 2ª ed. Coimbra, 1901, 8°.

III. — Marburg.

Ascher M. — Die bei Erkrankungen des Corpus striatum beobachteten Symptome mit besonderer Berücksichtigung der okularen Symptome. Marburg, 1904. 8°.

Becké A. — Die bei Erkrankungen des Hinterhauptlappens beobachteten Erscheinungen mit spezieller Berücksichtigung der okularen Sympthome. Marburg, 1903. 8°.

Becker C. — Die neueren Bestrebungen zur Sicherung einer aseptischen Losstossung des Nabelschnurrestes. Marburg, 1903. 8°.

Bergh G. — Beiträge zur Kenntnis der Lupinenalkaloide. Marburg, 1903. 8°.

Börner C. — Ein Beitrag zur Kenntnis der Pedipalpen. Marburg, 1904. 4°.

Brauns D. H. — Ueber Quercitrin, Sophorin und Cappern-Rutin. Marburg, 1904. 8°.

Buschmann F. — Ueber die Behandlung der Osteomyelitis acuta und ihrer Folgezustände mit besonderer Berücksichtigung zweier Fälle von totaler Tibia-Osteomyelitis. Marburg, 1903. 8°.

Dey O. — Die präcipitirten Geburten der Marburger Entbindungsanstalt. Marburg, 1903. 8°.

Eich G. — Zur Frage des künstl. Abortes bei Phthisis pulmonum. Marburg. 1904. 8°.

Eisenbach C. — Das überweite Becken. Coblenz, 1904. 8°.

Gaebel W. — Ueber Kondensationsprodukte aus m-Kresol und p-Kresol mit Aceton. Marburg, 1903. 8°.

Geibel W. — Ueber Bromderivate des p-Oxystilbens. Marburg, 1903. 8°.

Görich W. — Zur Kenntnis der Spermatogenese bei den Poriferen und Cölenteraten nebst Bemerkungen über die Oogenese der ersteren. Marburg, 1903. 8°.

Happe C. — Uebergrosse Entwicklung der ganzen Frucht oder einzelner Teile als Geburts-Hindernis. Marburg, 1904. 8°.

Haupt E. — Ueber die ferromagnetischen Eigenschaften von Legierungen unmagnetischer Metalle. Marburg, 1903. 8°.

Henking R. — Ueber Carcinom der ektopierten Blase nebst Urinuntersuchungen in zwei Fällen von Blasenektopie. Marburg, 1904. 8°.

Hesper B. — Ein Fall von Ileus bei einer Schwangeren im 10. Monat mit glücklichem Ausgang für Mutter und Kind als Beitrag zur Ileusoperation bei Schwangeren. Marburg, 1904. 8°.

Hommerich K. J. — Die Resultate der Allgemeinuntersuchung in der Marburger

Universitäts-Augenklinik vom 1. Oktober 1900 bis zum 1. Juni 1903. Marburg, 1904. 8°.

Hopff W. — Ueber die Ursachen des Ileus mit besonderer Berücksichtigung der Compression des Darmes an der Duodenojejunalgrenze durch die Mesenterialwurzel. Marburg, 1903. 8°.

Hunke L. — Ueber die Einwirkung von tertiären Aminen auf Tetrachlor-p-Kresolpseudobromid. Marburg, 1904. 8°.

Iilke T. — Ueber Ketohalogeverbindungen des Phenols un der Kresole. Marburg, 1903. 8°.

Kehr G. — Formanomalien der Placenta und ihr Einfluss auf den Verlauf der Schwangerschaft, der Geburt und des Wochenbetts. Marburg, 1904. 8°.

Keller O. — Ueber das Damascenin. Marburg, 1903. 8°.

Klüpfel C. — Untersuchung des Uebergangs elektrischer Ströme zwischen Flüssigkeiten und Gasen. Marburg, 1904. 8°.

Krauss W. — Zur intraokularen Desinfection mit besonderer Berücksichtigung des Jodoformus. Marburg, 1904. 8°.

Krüger A. H. — I. Die bei Erkrankungen des Schläfenlappens beobachteten Symptome mit besonderer Berücksichtigung der okularen Symptome. — II. Die bei Erkrankungen des Stirnlappens beobachteten Symptome mit besonderer Berücksichtigung der okularen Symptome. Marburg, 1903. 8°.

Ledeganck L. — Dreissig Jahre Hasenschartenchirurgie 1871-1891. Marburg, 1904. 8°.

Lincio G. — Beiträge zur krystallographischen Kenntniss des Quarzes. Marburg, 1903. 8°.

Leitzendorff J. — Ueber die Spaltung des Dijodkohlenstoff's (Dijodacetylen) in Kohlenstoff und Tetrajodäthylen. Marburg, 1904. 8°.

Lohmann A. — Zur Automatie der Brückenfasern und der Ventrikel des Herzens. Leipzig, 1904. 8°.

Löwenstein L. — Der Schutzballon. Celle, 1904. 8°.

Luecke H. — Ueber das Nitril der a-Phenyl-p-oxyzimmtsäure. Marburg, 1904. 8°.

Lucken K. — Ueber den Einfluss hochgradiger Blutungen nach Geburten auf den mütterlichen Organismus. Marburg, 1903. 8°.

Möller W. — Ueber die Einwirkung von Pyridin auf Dinitrochlorbenzol und Dinitrobromtoluol. Marburg, 1903. 8°.

Mühlhausen G. — Untersuchungen über p-Dioxy-dibenzalaceton und p-Oxybenzalacenton. Marburg, 1904. 8°.

Müller H. — Ueber die Behandlung mittelschwerer u. schwerer frischer Puerperalfeiberfälle durch conservative Methoden. Marburg, 1903. 8°.

Nacht A. — Die bei Erkrankungen der Meningen beobachteten Erscheinun-

gen mit spezieller Berücksichtigung der okularen Symptome. Berlin, 1904. 8°.

Neide E. — Botanische Beschreibung einiger sporenbilden den Bakterien. Marburg, 1904. 8°.

Nölke F. — Uebersicht über die Theorie der Abelschen Funktionen zweier Variabeln. Marburg, 1903. 8°.

Paehler F. — Ueber die Morphologie, Fortpflanzung und Entwicklung der Gregarina ovata. Marburg, 1904. 8°.

Parkinson J. H. — Ueber eine neue Culmfauna von Königsberg umveit Giessen und ihre Bedeutung, für die Gliederung des rheinischen Culm. Marburg, 1903. 8.

Peters F. — Pharmakologische Untersuchungen über Corydalisalkaloide. Leipzig, 1904, 8°.

Reinhardt A. — Die Hypochorda bei Salamandra maculosa. Leipzig, 1904, 8°.

Roth G. G. — Ueber die subjectiven Beschwerden im Beginn der Phthise. Marburg, 1903. 8°.

Schmid E. — Die Cauchy'sche methode der Auswertung bestimmter Integrale zwischen reellen Grenzen. Stuttgart, 1903. 4°.

Schnabel H. — Ueber die Embryonalentwicklung der Radula bei den Mollusken. — II. Die Entwicklung der Radula bei den Gastropoden. Marburg, 1903. 8°.

Schwantke A. — Die Basalte der Gegend von Homberg a. d. Ohm insbesondere der Dolerit des Hohen Berges bei Ofleiden. Marburg, 1994. 8°

Schweikart A. — Beiträge zur Morphologie und Genese der Eihüllen der Cephalopoden und Chitonen. Marburg, 1903. 8°.

Siebert K. — Einwirkung von Phenol und p-Kresol auf o-Nitrobenzaldehyd bei Gegenwart von Salzsäure. Marburg, 1903. 8°.

Siemon W. — Weitere Beiträge zu den Beziehungen zwischen Gehirn und Auge. — I. Die bei Erkrankungen des Lobus parietalis beobachteten Erscheinungen mit besonderer Berücksichtigung der okularen Symptome. II. Die bei Erkrankungen des Corpus callosum beobachteten Erscheinungen mit besonderer Berücksichtigung der okularen Symptome. Marburg, 1903. 8°.

Stein P. — Ueber die Resultate der Dührssenschen Uterustamponade bei Blutungen im Anschlusse an die Geburt. Marburg, 1903. 8°.

Take E. — Magnetische Untersuchungen: I. Untersuchung der Magnetisierbarkeit der bei den Spandauer Gravitationsmessungen verwendeten Materialien. Mit zwei Anhängen. — II. Historisches und theoretisches über Umwandlungspunkte. — III. Bestimmung von Umwandlungspunkten Heuler'scher Mangan-Aluminium-Bronzen. Marburg, 1904. 8°.

Thesing C. — Beiträge zur Spermatogenese der Cephalopoden. Marburg, 1903. 8°.

Thimme K. — Ueber die Einwirkung von Chlorwasserstoff auf wässerige Formaldehydlösung und Trioxymethylen. Reaktionen der Chlormethylalkyläther. Marburg, 1904. 8°.

Torhorst H. — Die histologischen Veränderungen bei der Sklerose der Pulmonalarterien. Marburg, 1904. 8°.

Unverzagt W. — Ueber die Einwirkung von Brom auf Di-p-oxytolyl-dimethylmethan. Marburg, 1904. 8°.

Wagner H. — Untersuchung über Tetrachlor-p-Dioxytolan. Marburg, 1903. 8°.

Weber A. — Beiträge zur Lehre von den Zwillingen. Marburg, 1904. 8°.

Westphal W. — Uebertragung einer Dreiecksaufgabe auf das Tetraeder. Marburg, 1904. 8°.

Zickgraf G. — Die Oxydation des Leims mit Permanganaten. Marburg, 1904. 8°.

Zimmermann F. — Ueber die Spaltung des Kohlenoxydes. Marburg, 1904. 8°.

V. C.